Náplň teoretickej časti skúšky z M1

doc. RNDr. Michal Zajac, CSc.

1. Komplexné čísla. Algebraický a goniometrický tvar, komplexne združené číslo, Moivreova veta, binomická rovnica.
2. Polynómy. Stupeň, základná veta algebry, **dôkaz** vety o zvyšku po delení $f(x) : (x - c)$, rozklad na súčin ireducibilných polynómov nad R a nad C, veta o racionálnych koreňoch polynómu s celočíselnými koeficientami.
3. Racionálne funkcie. Elementárne zlomky, rozklad na súčet elementárnych zlomkov.
4. Riešenie sústav lineárnych rovníc, definícia matice, rozšírenej matice sústavy a elementárnych riadkových operácií, definícia (redukovanej) stupňovitej matice. Vzťah medzi štruktúrou redukovanej stupňovitej matice a počtom riešení sústavy.
5. Maticová algebra. Definícia súčtu a súčinu matíc, regulárnej matice, inverznej matice, transponovanej matice.
6. Determinanty a ich vlastnosti. Definícia, rozvoje podľa riadku a stĺpca, vzťahy medzi ERO a hodnotou determinantu, adjungovaná matica, výpočet A^{-1} pomocou determinantov, Cramerovo pravidlo.
7. Priestor usporiadaných n-tíc C^n, R^n. Algebraické operácie, lineárna (ne)závislosť, podpriestor, usporiadaná báza a dimenzia podpriestoru, lineárny obal, hodnosť matice A, Frobeniova veta.
8. Analytická geometria v priestore. Pravouhlá pravotočivá súradnicová sústava, skalárny, vektorový a zmiešaný súčin vektorov, ich vlastnosti a geometrická interpretácia, **dôkaz** vety o výpočte ortogonálneho priemetu vektora $\mathbf{u}$ do smeru vektora $\mathbf{v}$, rovnice roviny a priamky v priestore
9. Funkcie $A \to B$, $A, B \subseteq R$, súčet, súčin a podiel funkcií, skladanie funkcií, definície injektívnej, surjektívnej a bijektívnej funkcie, inverzná funkcia. Graf funkcie, (ne)párna, periodická, (ne)ohraničená funkcia.
10. Limita funkcie. Hromadný bod množiny, definícia limity, vety o limite súčtu, súčinu, podielu funkcií, zloženej funkcie pre vlastnú aj nevlastnú limitu, veta o vzťahu nerovností $f(x) \leq g(x)$ a $\lim f(x) \leq \lim g(x)$ a jej dôsledky, veta o limite zúženia funkcie, jednostranné limity, L'Hospitalove pravidlá.
11. Spojitosť funkcie. Definícia, vlastnosti funkcie spojitej na uzavretom intervale.
12. Derivácia funkcie. Definícia, sformulovanie viet o derivácii $f + g$, cf, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$, vety o derivácii zloženej funkcie a inverznej funkcie.
13. Priebeh funkcie. Vety o prírastku funkcie (Rollova, Lagrangeova a Cauchyho), definícia lokálneho maxima a minima, nutná podmienka existencie lokálneho extrému, definícia stacionárneho bodu, postačujúca podmienka (rýdzej) monotónnosti funkcie, definícia konvexnej, konkávnej funkcie a inflexného bodu, postačujúca podmienka lokálneho extrému, definícia asymptoty v ∞, $-\infty$ a asymptoty bez smernice, definícia dotyčnice ku grafu funkcie. Taylorova veta.
14. Postupnosti. Definícia konvergentnej a divergentnej postupnosti, **dôkaz** ohraničenosti konvergentnej postupnosti, vety o konvergencii monotónnych postupností, Cauchyho podmienka konvergencie.
15. Nekonečné číselné rady. Definícia, postupnosť čiastočných súčtov, konvergentný a divergentný rad, Cauchy-Bolzanovo kritérium konvergencie, **dôkaz** nutnej podmienky konvergencie, veta o konvergencii geometrického radu, porovnávacie, Leibnitzovo, podielové a odmocninové kritérium konvergencie.
16. Mocninový rad. Definícia, veta o konvergencii a definícia polomeru konvergencie, veta o derivovaní mocninového radu.
17. Taylorov rad, definícia, Taylorove rady niektorých elementárnych funkcií.