

Wald-Wolfowitz runs test

1

Príklad 2a

Na určenej trase sa merala priemerná rýchlosť účastníkov podujatia počas 10 po sebe nasledujúcich dní. Otázkou je, či postupnosť uvedených časov možno považovať za náhodnú.

Použijeme opäť nástroj `runs.test`.

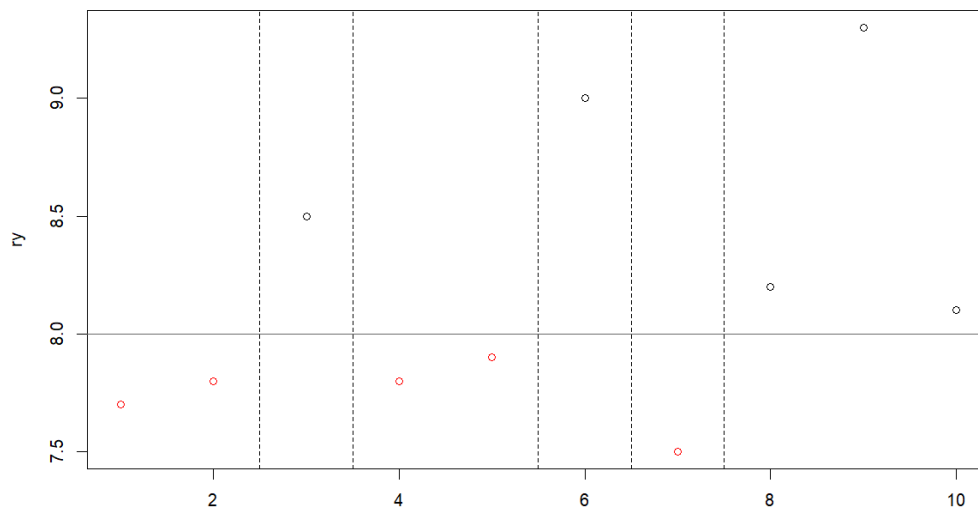
– Ak neuvedieme hodnotu `threshold`, podľa základného nastavenia sa bude za ňu považovať medián daného vektora dát.

– Čísla vo vektore sa vyhodnocujú len ako väčšie alebo menšie než medián – vyhodnocuje sa nakoniec len vektor s dvoma údajmi. Čísla rovné presne mediánu sa vynechávajú.

```
ry <- c(7.7,7.8,8.5,7.8,7.9,9,7.5,8.2,9.3,8.1)
```

```
runs.test(ry,plot = T)
```

```
Runs Test      data: ry
statistic = 0, runs = 6, n1 = 5, n2 = 5, n = 10, p-value = 1
alternative hypothesis: nonrandomness
```



Nie je dôvod spochybňovať náhodnosť dát (p -value je 1).

Jednostranné testy

```
runs.test(ry,alternative = "left.sided")
```

```
statistic = 0, runs = 6, n1 = 5, n2 = 5, n = 10, p-value = 0.5
alternative hypothesis: trend
```

Hypotézu nezamietame, v dátach nie je trend (zoskupovanie hodnôt rovnakého typu).

```
runs.test(ry,alternative = "right.sided")
```

```
statistic = 0, runs = 6, n1 = 5, n2 = 5, n = 10, p-value = 0.5
alternative hypothesis: first-order negative autocorrelation
```

Hypotézu nezamietame, v dátach nie je negatívna autokorelácia (trend neopakovať znaky rovnakého typu).

Turning points test

Test kritických bodov (bodov obratu).

Podobne ako v predošlom type testu, ide o test náhodnosti údajov. Je zameraný primárne na detekciu cyklickosti, je však slabší v možnom odhaľovaní trendov.

V prípade náhodného vektora možno určiť ideálny počet bodov obratu (lokálne minimá a maximá), ktorý v teste konfrontujeme s ich skutočným počtom vo vektore. Príliš veľké odchýlky indikujú cyklickosť, ktorá sa ťažko dá obhájiť náhodným generovaním.

Príklad 2b

Riešme predošlý príklad pomocou tohto testu.

```
turning.point.test(ry)
```

```
Turning Point Test    data: ry
statistic = -0.27629, n = 10, p-value = 0.7823
alternative hypothesis: non randomness
```

Jednostranné testy:

```
turning.point.test(rychlost,alternative = "left.sided")
turning.point.test(rychlost,alternative = "right.sided")
```

Výstup testu (p-value) potvrdzuje náhodnosť údajov, ale takmer nič podrobnejšie neuvádza. Skúmame veci hlbšie.

```
library(pastecs)
plot(ry)
lines(ry)
```

!! treba nainštalovať

obrázok uvedieme na konci

```
turnpoints(ry)
```

```
Turning points for: ry
nbr observations : 10
nbr ex-aequos   : 0
nbr turning points: 5 (first point is a peak)
E(p) = 5.333333    Var(p) = 1.455556 (theoretical)
```

Pri náhodných údajoch môžeme očakávať zhruba 5.33 bodov obratu, prakticky ich je v skúmanom vektore 5. Opýtajme sa trochu inak, dozvieme sa ďalšie veci:

```
tp <- turnpoints(ry)
summary(tp)
```

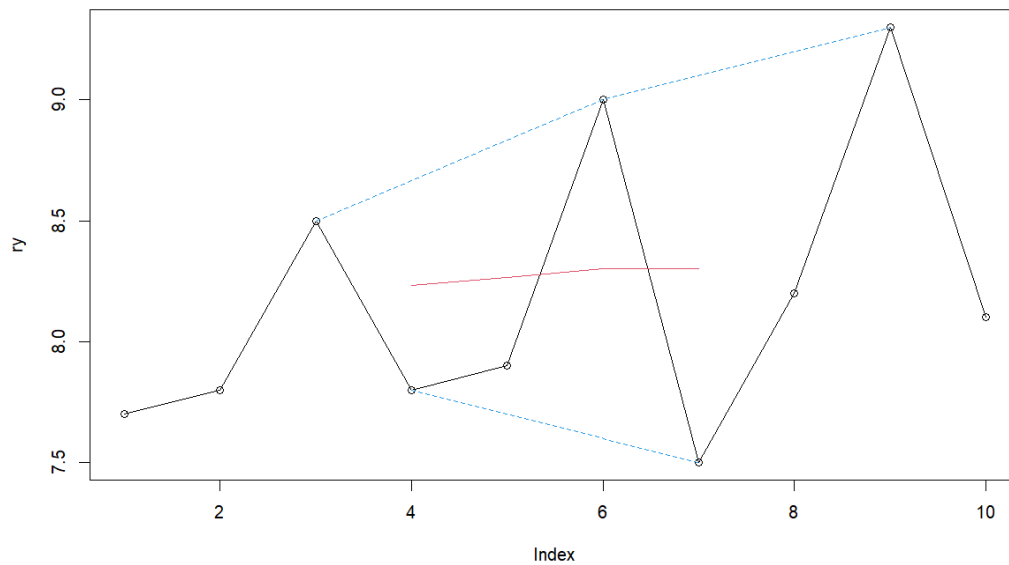
...

	point	type	proba	info
1	3	peak	0.25	2
2	4	pit	0.25	2
3	6	peak	0.25	2
4	7	pit	0.25	2
5	9	peak	0.25	2

cf. ?turnpoints

Dokončíme kreslenie:

`lines(tp)`



Príklad 1b

Overte cez turning points test údaje z príkladu 1a.

Ich náhodnosť bude po správnosti zamietnutá, tento test „vidí“ veci, ktoré Waldov Wolfowitzov test neregistroval.

Sign test

Znamienkový test.

Testovanie hypotéz o mediáne. Robustný a použiteľný aj pre šikmejšie dáta.

Príklad 3a

Presným laboratórnym meraním bola stanovená teplota skúmanej kvapaliny na 7.5 stupňa. Pri testovaní šarže nového modelu low-cost teplomeru sa očakáva (okrem iného), že medián nameraných hodnôt bude zodpovedať presnej hodnote 7.5. Namerané hodnoty získané vybranou vzorkou teplomerov sú nasledovné:

```
tt <- c(7.5,6.8,7.2,8.1,7,6.5,7.9,8.5,6.9,7.5,7.3,6.6,7.8,6.2,7.4)
```

```
library(BSDA)
```

!! treba nainštalovať

Testujeme hypotézu

H_0 : medián nameraných hodnôt v rámci šarže je 7.5

H_1 : medián nameraných hodnôt v rámci šarže nie je 7.5

```
SIGN.test(tt,md=7.5)
```

```
One-sample Sign-Test      data: tt
s = 4, p-value = 0.2668
alternative hypothesis: true median is not equal to 7.5
95 percent confidence interval:  6.817817  7.746549
sample estimates:
median of x  7.3
```

Achieved and Interpolated Confidence Intervals:

	Conf.Level	L.E.pt	U.E.pt	
Lower Achieved CI	0.8815	6.9000	7.5000	*
Interpolated CI	0.9500	6.8178	7.7465	
Upper Achieved CI	0.9648	6.8000	7.8000	*

* Spoľahlivosť testovania je upravená (vyššie alebo nižšie) tak, aby hranicami intervalu spoľahlivosti boli skutočné hodnoty z vektora dát.

Iný príkaz, podobné výsledky:

```
library(DescTools)
```

```
SignTest(ai,mu=7.5)
```

Wilcoxon signed rank test

Wilcoxonov test – testovanie hypotéz o mediáne. Technicky presnejšie povedané,

Wilcoxonov test hodnotí symetriu rozloženia dát okolo určeného centra.

Na korektné použitie testu je potrebné, aby samotné dáta boli približne symetrické, teda ich šikmosť ideálne v rozmedzí (-0.5, 0.5), prinajhoršom (-1,1).

Príklad 3b

Pokračujeme s dátami z príkladu 3a, overíme hypotetický medián Wilcoxonovým testom. Najprv však treba overiť šikmosť.

```
library(moments)                !! treba nainštalovať
moments::skewness(tt)
                                0.1546487
```

Šikmosť je akceptovateľná, ale skúsme ešte inú funkciu:

```
moments::agostino.test(tt)
                                D'Agostino skewness test    data: tt
                                skew = 0.15465, z = 0.31377, p-value = 0.7537
                                alternative hypothesis: data have a skewness
```

Okrem samotnej šikmosti dostávame aj vysoké p-value, takže dáta môžeme považovať za nezošikmené.

```
wilcox.test(tt,mu=7.5)
                                Wilcoxon signed rank test with continuity correction    data: tt
                                V = 27.5, p-value = 0.2209
                                alternative hypothesis: true location is not equal to 7.5
```

Hodnota p-value je nad limitom 5%, hypotézu o mediáne 7.5 nezamietame.

Jednostranný test

Príklad 4

Obvyklá cukornatosť hrozna z vinohradu ABC je 22°NM. Vzhľadom na priaznivé počasie poslednej sezóny sa predpokladá, že cukornatosť posledného zberu bude vyššia.

Merania muštu z jednotlivých lánov vinohradu priniesli nasledovné výsledky:

```
cc <- c(22.5,21.5,20.5,24.5,23.0,18.0,23.5,25.5,24.0,20.0,18.5,22.0,24.5,24.5,26.0,25.5,23.5,24.5,23.0,24.0)
```

Budeme testovať platnosť hypotetického očakávania znamienkovým a Wilcoxonovým testom.

Najprv musíme overiť nezošikmenosť dát.

```
moments::skewness(cc)
```

```
-0.8184622
```

```
moments::agostino.test(cc)
```

```
skew = -0.81846, z = -1.73392, p-value = 0.08293
```

```
alternative hypothesis: data have a skewness
```

Šikmosť -0.82 je povážlivá, p-value je len trochu nad hranicou. Hypotézu o nezošikmenosti dát nezamietame, ale sme si vedomí, že znamienkový test bude v tomto prípade asi dôveryhodnejší.

Testovať budeme jednostranne, hodnoty 22 a viac sú priaznivé, alternatíva bude < 22 .

```
SIGN.test(cc,md=22,alternative="less")
```

```
One-sample Sign-Test      data: cc  
s = 14, p-value = 0.9904  
alternative hypothesis: true median is less than 22  
95 percent confidence interval:      -Inf 24.5  
sample estimates:      median of x  23.5
```

Achieved and Interpolated Confidence Intervals:

	Conf.Level	L.E.pt	U.E.pt
Lower Achieved CI	0.9423	-Inf	24.5
Interpolated CI	0.9500	-Inf	24.5
Upper Achieved CI	0.9793	-Inf	24.5

Hodnota p-value je priaznivá, hypotézu nezamietame, úrodu môžeme pochváliť.

Aplikujme aj Wilcoxonov test:

```
wilcox.test(cc,mu=22,alternative="less")
```

```
Wilcoxon signed rank test with continuity correction      data: cc  
V = 139, p-value = 0.9637  
alternative hypothesis: true location is less than 22
```

Výsledok je v súlade s tým, čo ukázal znamienkový test.

Párový test

Príklad 5

Namerané časy pred a po špecializovanom kurze:

```
pred <- c(87,61,98,90,93,74,83,72,81,75,83)
po <- c(50,45,79,90,88,65,52,79,84,61,52)
```

Nastalo zlepšenie? Použijeme párový znamienkový test:

```
SIGN.test(pred,po,paired=T,alternative = "less")
```

```
Dependent-samples Sign-Test      data: pred and po
S = 8, p-value = 0.9893
alternative hypothesis: true median difference is less than 0
95 percent confidence interval:    -Inf    28.42545
sample estimates:    median of x-y    14
```

Achieved and Interpolated Confidence Intervals:

```
Conf.Level L.E.pt U.E.pt
Lower Achieved CI  0.8867 -Inf 19.0000
Interpolated CI    0.9500 -Inf 28.4255
Upper Achieved CI  0.9673 -Inf 31.0000
```

Poznámka. Rovnaký výsledok by sme dostali príkazom:

```
SIGN.test(pred-po,alternative = "less")
```

Párový test pre x,y je technicky zhodný s jednovstupovým testom pre x-y.
Ak nie je uvedená testovaná hypotetická hodnota mediánu, testuje sa hodnota 0.

To isté teraz Wilcoxonovým testom. Overme najprv **nezošikmenosť dát**:

```
moments::skewness(pred-po)
0.1819471
```

Iná metóda:

```
library(lawstat)          !! treba nainštalovať
lawstat::symmetry.test(pred-po)

m-out-of-n bootstrap symmetry test by Miao, Gel, and Gastwirth (2006)
data: pred - po
Test statistic = -0.053887, p-value = 0.912
alternative hypothesis: the distribution is asymmetric.
sample estimates:    bootstrap optimal m    11
```

a ešte:

```
moments::agostino.test(pred-po)
```

```
D'Agostino skewness test    data: pred - po  
skew = 0.18195, z = 0.33439, p-value = 0.7381  
alternative hypothesis: data have a skewness
```

Všetky pohľady potvrdzujú, že dáta môžeme považovať za symetrické.

Vlastný Wilcoxonov test:

```
wilcox.test(pred-po,alternative = "l")
```

```
Wilcoxon signed rank test with continuity correction    data: pred - po  
V = 51, p-value = 0.9928  
alternative hypothesis: true location is less than 0
```

Párová formulácia (rovnaké výsledky):

```
wilcox.test(pred,po,paired = T,alternative = "less")
```

...

Hypotézu o zlepšení výsledkov nezamietame.

Dvojvýberový Wilcoxonov test

Príklad 6

Dlhodobým záťažovým testom bola podrobená špeciálna turistická obuv dvoch uznávaných značiek. Od oboch značiek sa vybrali vzorky viacerých kusov a odovzdali turistom z miestneho klubu.

Výsledky sú nasledovné:

```
m1<-c(420,560,600,490,550,570,340,480,510,460)
```

```
m2<-c(400,420,580,470,470,500,520,530)
```

Otázkou je, ktorá z oboch značiek má dlhšiu životnosť.

$H_0: \text{median}(m1) = \text{median}(m2)$ $H_1: \text{median}(m1) \neq \text{median}(m2)$

Vizualizácia:

```
boxplot(m1,m2,ylab="body",xlab="značka")
```

Zdá sa, že značka m1 má lepšiu životnosť, ale zároveň väčší rozptyl (menej konzistentná kvalita). Zdanie však môže klamať...

Skôr ako pristúpime k testovaniu párovým Wilcoxonovým testom, potrebujeme overiť homogenitu rozptylov. Pri neparametrických testoch vykonáme overenie cez Leveneho test, kvôli ktorému musíme vhodne naaranžovať vstupné dáta:

```
zdr <- data.frame("body"=c(m1,m2),"znacka"=rep(c(1,2),times=c(10,8)))  
zdr
```

```
.....
```

```
car::leveneTest(zdr$body,zdr$znacka)
```

Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)

	<i>Df</i>	<i>F value</i>	<i>Pr(>F)</i>
<i>group</i>	1	0.5076	0.4865
	16		

Disperzie sú v poriadku. Môžeme testovať.

```
wilcox.test(m1,m2)
```

Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data: m1 and m2

W = 45.5, p-value = 0.6565

alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0

Hodnota p-value je vysoko nad 5%, hypotézu nezamietame, životnosti oboch značiek sa od seba významným spôsobom nelíšia.

Iný spôsob – test Kolmogorov-Smirnov. Tento test je menej háklivý na väčšie rozdiely medzi vzorkami.

```
ks.test(m1,m2)
```

Exact two-sample Kolmogorov-Smirnov test

data: m1 and m2

D = 0.275, p-value = 0.7935

alternative hypothesis: two-sided

Test Kruskal-Wallis

Ide o neparametrickú verziu testov ANOVA.

Príklad 7

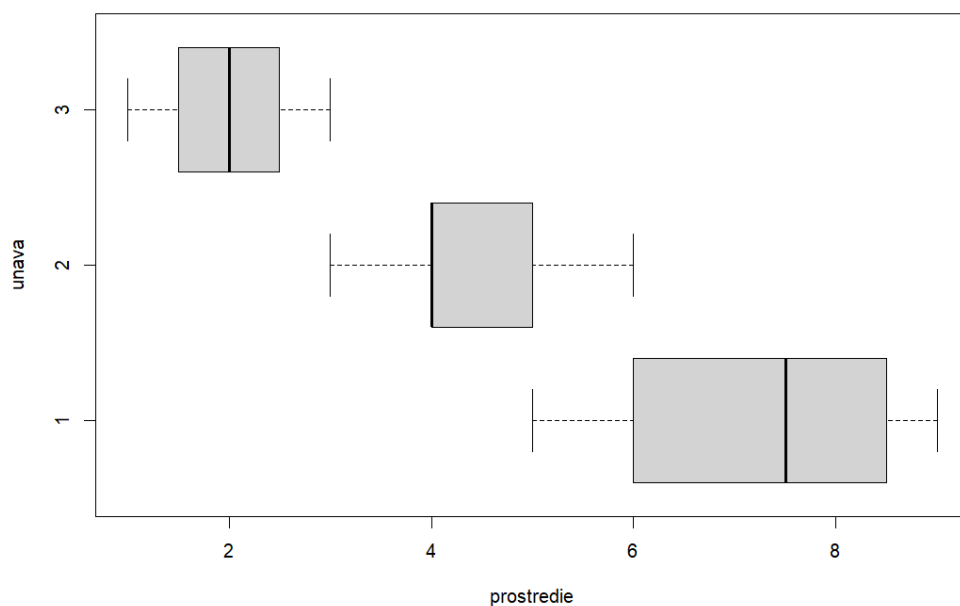
Únava na pracovisku sa meria na vzorke 12 respondentov z 3 oddelení podľa dlhodobého priemerného počtu káv, ktoré denne vypijú.

```
data <- data.frame("unava"=c(7,8,5,9,4,3,6,5,4,2,3,1),  
  "prostredie"=c(rep(1,4),rep(2,5),rep(3,3)))
```

```
data
```

Vizualizácia:

```
boxplot(data$unava~data$prostredie,xlab = "prostredie", ylab = "unava",horizontal=T)
```



Testovanie. H_0 : miera únavy nie je závislá od prostredia/oddelenia H_1 : a veruže je

```
kruskal.test(data$unava,data$prostredie)
```

Kruskal-Wallis rank sum test *data: data\$unava and data\$prostredie*
Kruskal-Wallis chi-squared = 8.5004, df = 2, p-value = 0.01426

Hodnota p-value je nízka, pod 5%. Zamietame hypotézu, prostredie významným spôsobom vplýva na veľkosť únavy.

Post testy:

```
library(dunn.test)
```

!!treba nainštalovať

```
dunn.test(data$unava,data$prostredie,altp = T, list = T)
```

Kruskal-Wallis rank sum test
data: x and group
Kruskal-Wallis chi-squared = 8.5004, df = 2, p-value = 0.01

Comparison of x by group
(No adjustment)

Col Mean-		
Row Mean	1	2
-----+-----		
2 1.631366		
0.1028		
3 2.905238 1.539865		
0.0037* 0.1236		

List of pairwise comparisons: Z statistic (p-value)

1 - 2 : 1.631366 (0.1028)
1 - 3 : 2.905238 (0.0037)*
2 - 3 : 1.539865 (0.1236)

alpha = 0.05

Reject Ho if $p \leq \alpha$

Najvýraznejším spôsobom sa líšia oddelenia 1 a 3. Obrázok to naznačoval.