

Cvičenie 10 – Testovanie hypotéz II

Príklad

Senzor na meranie koncentrácie metánu v ovzduší je nastavený tak, aby spustil alarm pri úrovni 10 promile. Na základe testovaní sa ešte môže upraviť jeho kalibrácia, je však potrebné, aby výsledky meraní boli čo najviac konzistentné. Výrobca v tejto otázke garantuje rozptyl hodnôt $\sigma^2 = 0.0169 = 0.13^2$. Pri testovaní senzora boli v 15 meraniach zistené nasledujúce hodnoty koncentrácií spúšťajúcich alarm:

```
vx <- c(9.9, 9.87, 10.11, 10.08, 10.21, 9.94, 10.04, 10.24, 9.84, 9.79, 10.17, 10.01, 10.13, 9.88, 9.97)
```

Testujme na hladine významnosti 5% výrobcom deklarovaný rozptyl konfrontovaný s nameranými údajmi.

Riešenie:

Zistíme si najprv potrebné základné charakteristiky dátového vektora.

```
(n <- length(vx))  
15  
(xm <- mean(vx))  
10.012  
(s2 <- var(vx))  
0.02007429
```

Priemer $\bar{x}$ sa mierne odchyľuje od ideálnej 10, to sa však naprávi kalibráciou. Variancia 0.02 je vyššia ako deklaruje výrobca. Na úspešnú reklamáciu je potrebné dokázať, že táto odchýlka má hlbšie príčiny ako len možná náhoda.

a) Začneme základným obojstranným testovaním.

$\alpha = 0.05$, $H_0: \sigma^2 = 0.0169$; $H_1: \sigma^2 \neq 0.0169$

```
I.    alfa=0.05  
II.   u2 <- qchisq(0.975,n-1)  
       u1 <- qchisq(0.025,n-1)  
       c(u1,u2)  
5.628726    26.118948  
III.  (isox <- s2*(n-1)/c(u2,u1))  
0.01076000  0.04992959
```

Zhodnotenie situácie vykonáme spätne na všetkých 3 “poschodiach”.

III. Hypotetické $\sigma^2 = 0.0169$ sa nachádza v intervale spoľahlivosti (0.01076, 0.05)
Hypotézu preto nezamietame.

```
II.   (ux <- (n-1)*s2/0.0169)  
16.62959
```

Hodnota $u_x = 16.63$ sa nachádza v intervale (5.63, 26.12).

I. $(2*(1-pchisq(ux,14)))$

0.55291

P-hodnota je vysoko nad potrebnou hranicou 0.05.

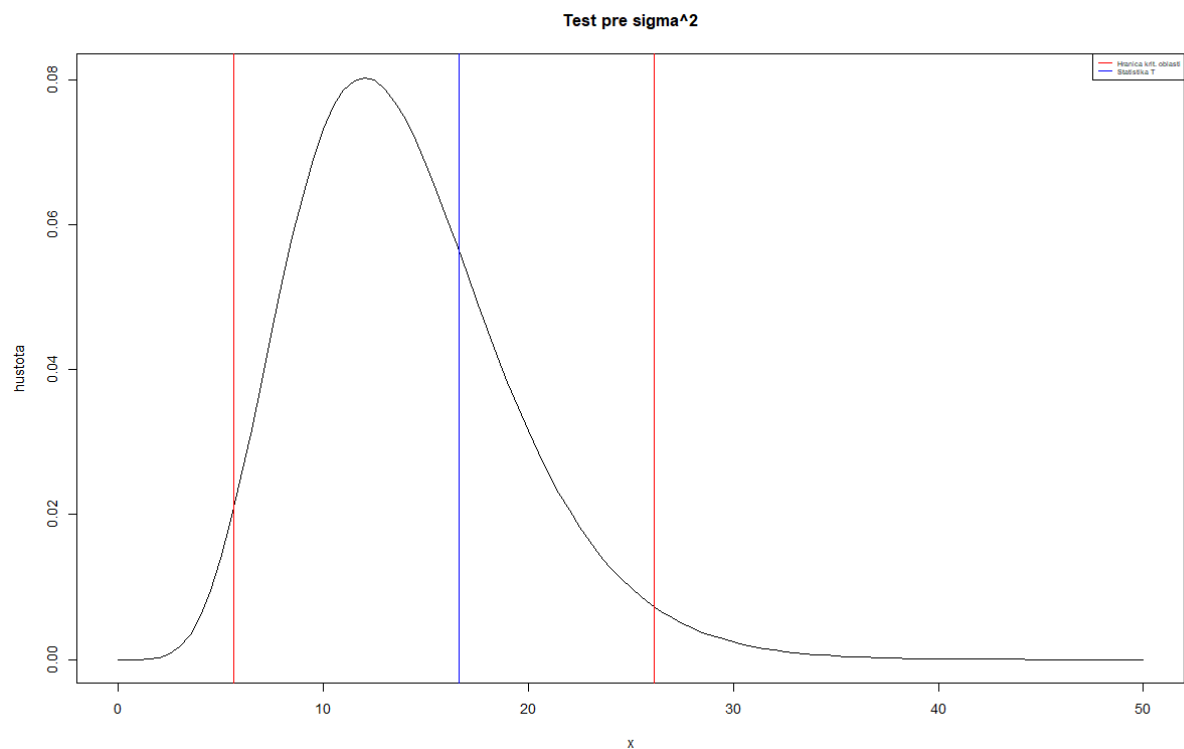
Zistené výsledky vieme v prostredí R získať jediným príkazom, ale bolo potrebné si najprv vyskúšať, aké výpočty za výsledkami stoja.

```
library(EnvStats)
varTest(vx,sigma.squared = 0.13^2)
$statistic
Chi-Squared
16.62959
$parameters
df
14
$p.value
[1] 0.55291
$estimate
variance
0.02007429
$null.value
variance
0.0169
$alternative
[1] "two.sided"
$method
[1] "Chi-Squared Test on Variance"
$data.name
[1] "vx"
$conf.int
      LCL      UCL
0.01076000 0.04992959
attr("conf.level")
[1] 0.95
attr("class")
[1] "htestEnvStats"
```

Dostávame všetky výsledky získané na poschodiach I, II, III. Chýba len dvojica u1, u2.

Pohľad na poschodie II:

```
plot(function(vx)dchisq(vx,14),from=0, to =50,  
      main="Test pre sigma^2",ylab="hustota")  
abline(v=16.63,col="blue")  
abline(v=qchisq(0.975,14),col="red")  
abline(v=qchisq(0.025,14),col="red")  
legend("topright",legend=c("Hranica krit. oblasti",  
                           "Statistika T"),  
       col=c("red","blue"),lty=c(1,1),cex=0.5  
)
```



b) Postup uvedený v bode a) objektívne skúma výrobcom deklarovaný rozptyl. Avšak zákazníkovi určite nebude vadieť, ak rozptyl bude menší ako deklarovaná hodnota. Jediný problém pre neho je rozptyl väčší. Z pohľadu zákazníka je preto vhodnejšie použiť jednostranný test.

$\alpha=0.05$, $H_0: \sigma^2 = \text{resp.} \leq 0.0169$; $H_1: \sigma^2 > 0.0169$

I. $\alpha=0.05$

II. `u2 <- qchisq(0.95,n-1)`
`c(0,u2)`
0.00000 23.68479

III. `(isox <- c(s2*(n-1)/u2, Inf))`
0.01186584 Inf

Zhodnotenie testu – tri pohľady:

III. Hypotetické $\sigma^2 = 0.0169$ sa nachádza v intervale spoľahlivosti (0.012, Inf). Hypotézu preto nezamietame.

II. `(ux <- (n-1)*s2/0.0169)`
16.62959

Hodnota $ux = 16.63$ sa nachádza v intervale (0, 23.685).

I. `(1-pchisq(ux,14))`
0.276455

P-hodnota je dostatočne nad potrebnou hranicou 0.05.

Keď sme pochopili, aké výpočty stoja v pozadí, môžeme použiť systémový nástroj:

```
varTest(vx, alternative = "g", sigma.squared = 0.13^2)
$statistic Chi-Squared
16.62959
$parameters df 14
$p.value
[1] 0.276455
$estimate variance 0.02007429
$null.value variance 0.0169
$alternative "greater"
$method "Chi-Squared Test on Variance"
$data.name "vx"
$conf.int
LCL UCL
0.01186584 Inf
attr(,"conf.level") 0.95
```

c) Z pohľadu PR oddelenia firmy vyrábajúcej senzory je dôležité primerane pochváliť svoj výrobok. Deklarovať rozptyl väčší než zodpovedá testovanej realite je marketingovo nezodpovedné. Treba sa čo najviac pochváliť, ale opatrne, aby testy neukázali opak. Z pohľadu predajcu je problém hlavne to, ak v reklame podcení kvalitu ponúkaného senzoru.

$\alpha=0.05$, $H_0: \sigma^2 = \text{resp.} \geq 0.0169$; $H_1: \sigma^2 < 0.0169$

Prejdeme rovno k systémovým nástrojom:

```
varTest(vx, alternative = "|", sigma.squared = 0.13^2)
      $statistic  Chi-Squared
      16.62959

      $p.value
      0.723545

      $conf.int
           LCL      UCL
      0.00000000 0.04277215
```

Podľa p-value vidíme, že nie je dôvod hypotézu H_0 zamietnuť. Nezamietli sme však ani opačnú hypotézu H_0 v časti b). Je to v poriadku, vďaka “opatrnosti” štatistických súdov vždy existuje určitý prekryv protichodných hypotéz. Stále treba mať na pamäti, že nezamietnuť hypotézu je slabší výrok, ako hypotézu potvrdiť.

Ďalšie úlohy

1. Nechajte si vygenerovať vektor náhodných čísel s normálnym rozdelením.
Hodnoty a,b,n si zvolte podľa dátumu svojho narodenia (a=deň, b=mesiac,n=rok)

```
x <- a+b*rnorm(n)
```

Testujte na hladine $\alpha=2\%$ hypotézu o strednej hodnote $\mu = a$ a o rozptyle $\sigma^2 = b^2$.
Testujte* obojstranne aj jednostranne z oboch strán, k „pohľadu II“ nechajte vykresliť obrázky.

* Aspoň jeden z testov urobte aj bez použitia systémového nástroja.