**Príklad 1.** Napíšte Haarov rozvoj funkcie $f\colon \langle 0,1\rangle \to R$.

a. $f(t)=t, \quad \left[\frac{1}{2}-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^{n+2}}\sum_{j=1}^{2^n}h_{nj}(t)\right]$

b. $f(t)=\begin{cases} 2t, & 0\le t\le \frac{1}{2},\\ 2-2t, & \frac{1}{2}<t\le 1\end{cases} \quad \left[\frac{1}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^{n+1}}\Big(-\sum_{j=1}^{2^{n-1}}h_{nj}(t)\sum_{j=2^{n-1}+1}^{2^n}h_{nj}(t)+\Big)\right]$

c. $f(t)=t^2 \quad \left[\frac{1}{3}-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^{2n+4}}\sum_{j=1}^{2^n}(1-2j)h_{nj}(t)\right]$

d. $f(t)=1-t, \quad \left[\frac{1}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^{n+2}}\sum_{j=1}^{2^n}h_{nj}(t)\right]$

**Príklad 2.** Určte Jordanov tvar $J$ a minimálny polynóm matice $A$. Nájdite regulárnu maticu $P$, pre ktorú $A=PJP^{-1}$. Vypočítajte spektrálny polomer matice $A$ a normy $\|A\|_1$, $\|A\|_\infty$

a. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & -1\\ -2 & 3 & 4\end{pmatrix}$, $[J_3(2)]$

b. $A=\begin{pmatrix} -2 & -1 & -1\\ 3 & 2 & 3\\ -2 & -2 & -3\end{pmatrix}$, $[J_2(-1)\oplus J_1(-1)]$

c. $A=\begin{pmatrix} 6 & -7 & 4\\ 1 & -2 & -1\\ 6 & -6 & -4\end{pmatrix}$, $[J_2(-1)\oplus J_1(10)]$

d. $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2\\ 5 & -3 & 3\\ -1 & 0 & -2\end{pmatrix}$, $[J_3(-1)]$

e. $A=\begin{pmatrix} 6 & -5 & -3\\ 3 & -2 & -2\\ 2 & -2 & 0\end{pmatrix}$, $[J_2(1)\oplus J_1(2)]$

f. $A=\begin{pmatrix} 4 & -5 & 2\\ 5 & -7 & 3\\ 6 & -9 & 4\end{pmatrix}$, $[J_2(0)\oplus J_1(1)]$

g. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 4 & -2\\ 2 & -1 & 0 & 1\\ 2 & -1 & -1 & 2\end{pmatrix}$, $[J_3(1)\oplus J_1(1)]$

h. $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0\\ 1 & -1 & 0 & 0\\ 3 & 0 & 3 & -3\\ 4 & -1 & 3 & -3\end{pmatrix}$, $[J_2(0)\oplus J_2(0)]$

i. $A=\begin{pmatrix} 15 & 28 & -7\\ -6 & -11 & 3\\ 2 & 4 & 0\end{pmatrix}$, $[J_1(0)\oplus J_1(0)\oplus J_1(2)]$

j. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 4 & -2\\ 2 & -1 & 0 & 1\\ 2 & -1 & -1 & 2\end{pmatrix}$, $[J_3(1)\oplus J_1(1)]$

k. $A=\begin{pmatrix} 11 & -1 & -1 & 1\\ 1 & 9 & 1 & 3\\ -1 & -1 & 11 & 1\\ -1 & 3 & -1 & 9\end{pmatrix}$, $[J_2(8)\oplus J_1(12)\oplus J_1(12)]$

l. $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 & 3\\ 0 & 3 & 1 & 2\\ 0 & 1 & 5 & 4\\ 0 & -1 & -2 & -1\end{pmatrix}$, $[J_1(3)\oplus J_3(2)$

m. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2\\ 2 & -1 & -2\\ 1 & 1 & -3\end{pmatrix}$ $[J_2(-1)\oplus J_1(-2)]$

n. $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1\\ 2 & -2 & -2\\ 1 & 0 & -3\end{pmatrix}$ $[J_2(-2)\oplus J_1(-2)]$