DECENTRALIZOVANÁ EKONOMIKA

Základy makroekonomickej teórie

PREDPOKLADY MODELU

- uvažujeme uzavretú jednotovarovú ekonomiku
- predpokladáme veľa identických firiem na dokonale konkurenčnom trhu
- predpokladáme veľa identických rodín (domácností)
- keďže sú identické, stačí uvažovať jednu firmu, resp. rodinu
- v každom čase t sa rodina rozhoduje koľko práce a kapitálu poskytne firmám a koľko ušetrí alebo skonzumuje
- rodiny sú indiferentné, čo sa týka zloženia ich bohatstva, tj. úroková miera na dlh=prenajímacej miere kapitálu
- vystupujú tu teda tri trhy:
    - trh práce (cena práce - mzda w)
    - trh kapitálu (cena kapitálu - reálny úrok - r)
    - trh dlhov (rodiny môžu požičiavať aj si požičiavať)
- celá populácia pracuje a jej veľkosť rastie v čase podľa vzťahu: $\dot{N}(t) = g_N N(t)$, kde g_N - rýchlosť rastu populácie

FIRMY A DOMÁCNOSTI

- firmy produkujú za pomoci produkčnej funkcie F spĺňajúcej predpoklady stanovené na produkčnú funkciu už v predchádzajúcich modeloch
- firmy maximizujú svoj zisk $\pi(K, N) = F(K, N) - (rK + wN)$, kde $(rK + wN)$ sú náklady na prenájom kapitálu a práce
- z maximalizačnej podmienky $\frac{\partial\pi}{\partial K} = 0$, $\frac{\partial\pi}{\partial N} = 0$ dostávame:

$$\frac{\partial F(K, N)}{\partial K} = r \tag{1}$$

$$\frac{\partial F(K, N)}{\partial N} = w \tag{2}$$

- pretože F je homogénna 1. stupňa, tak $\frac{1}{N}F(K, N) = F(\frac{K}{N}, 1) = f(k)$, kde $k = \frac{K}{N}$
- upravujme vzťah (1), dostávame:

$$r = \frac{\partial F(K, N)}{\partial K} = \frac{\partial NF(\frac{K}{N}, 1)}{\partial K} = \frac{N\partial F(\frac{K}{N}, 1)}{\partial K} = \frac{\partial F(\frac{K}{N}, 1)}{\partial \frac{K}{N}} = f'(k)$$

FIRMY A DOMÁCNOSTI

- podobne, keď upravíme vzťah (2), dostaneme:

$$w = \frac{\partial F(K,N)}{\partial N} = F\left(\frac{K}{N},1\right) + N\frac{\partial F(\frac{K}{N},1)}{\partial \frac{K}{N}}\left(\frac{-K}{N^2}\right) = f(k) - kf'(k)$$

- celkovo teda máme:

$$\begin{aligned} r &= f'(k) & (3) \\ w &= f(k) - kf'(k) & (4) \end{aligned}$$

- rodiny aj firmy majú perfektnú informáciu o budúcnosti w a r a berú ich ako dané
- zaveďme: bohatstvo rodín - A
- potom: $A = K - B$, kde K - držba kapitálu (napr. akcie vo firmách), B - privátny dlh (vo forme tovarov)
- môže nastať aj $A < 0$
- v každom čase t dostanú príslušníci rodiny mzdu w a výnos z bohatstva r; to, čo majú k dispozícii, môžu minúť na spotrebu C a zmenu bohatstva

FIRMY A DOMÁCNOSTI

- platí teda:
$$C + \dot{A} = wN + rA \tag{5}$$
- vydeľme N vzťah $A = K - B$, dostaneme:
$$a = k - b, \tag{6}$$
  kde malé písmená označujú premennú na hlavu
- rovnako vydeľme N vzťah (5), získame:
$$c + \frac{\dot{A}}{N} = w + ra,$$
  kde malé písmená označujú premennú na hlavu
- platí: $\dot{a} = \frac{d\left(\frac{A}{N}\right)}{dt} = \frac{\dot{A}N - A\dot{N}}{N^2} = \frac{\dot{A}}{N} - ag_N$
- z toho po dosadení za $\frac{\dot{A}}{N}$ v predchádzajúcej rovnosti, máme:
$$c + \dot{a} + g_N a = w + ra \tag{7}$$

FIRMY A DOMÁCNOSTI

- vzťah (7) predstavuje účtovné obmedzenie rodiny
- v skutočnosti to nie je účtovné obmedzenie rodiny, ak pripustíme možnosť dlžoby; rodina si môže požičiavať na vysokú spotrebu a súčasne si môže požičiavať aj na úroky z dlžoby
- v prípade, že rodina vymrie, dlžobu nebude od koho vymáhať (tzv. Ponziho hra)
- ekvivalent k podmienke transverzality (v Ramseyovom modeli) bude teraz podmienka zabraňujúca Ponziho hre
- konkrétne, ak bohatstvo narastá zásluhou výnosov z bohatstva, tj. $\dot{A} = rA$, tak po vydelení N dostaneme: $\dot{a} = (r - g_N)a$
- kým hodnota r sa mení v čase, g_N je z predpokladov konštantné a teda nezávisí od času
- preto:

$$a(t) = a(0)e^{\int_0^t (r(\tau) - g_N) d\tau} \tag{8}$$

PONZIHO HRA A ROZPOČTOVÉ OHRANIČENIE

- zo vzťahu (8) potom vyplýva, že súčasná hodnota bohatstva na hlavu: $a(0) = a(t)e^{-\int_0^t (r(\tau)-g_N)d\tau}$
- pre rodinu nemá zmysel odísť zo sveta s kladným bohatstvom, teda $a(0) \geq 0$, ale súčasne musí byť splnená podmienka zabraňujúca Ponziho hre ($a(0) \leq 0$), tj.:

$$\lim_{t\to\infty} a(t)e^{-\int_0^t (r(\tau)-g_N)d\tau} = 0 \tag{9}$$

- označme: $\eta(t) = e^{\int_t^T [r(\tau)-g_N]d\tau}$, kde $T \geq t$
- upravujme vzťah (7) s využitím predchádzajúceho označenia:

$$c(t) - w(t) + \dot{a}(t) = [r(t) - g_N]a(t)$$

$$[c(t) - w(t)]\eta(t) + \dot{a}(t)\eta(t) = [r(t) - g_N]a(t)\eta(t)$$

$$\int_0^T [c(t)-w(t)]\eta(t)dt + \int_0^T \dot{a}(t)\eta(t)dt = \int_0^T [r(t)-g_N]a(t)\eta(t)dt$$

PONZIHO HRA A ROZPOČTOVÉ OHRANIČENIE

- pretože:

$$\int_0^T \dot{a}(t)\eta(t)dt = [a(t)\eta(t)]_0^T - \int_0^T a(t)\dot{\eta}(t)dt,$$

kde $\dot{\eta}(t) = -[r(t) - g_N]e^{\int_t^T r(\tau) - g_N d\tau}$, tak dostávame:

$$\int_0^T [c(t) - w(t)]e^{\int_t^T [r(\tau) - g_N]d\tau}dt = a_0 e^{\int_0^T r(\tau) - g_N d\tau} - a(T)$$

- vynásobme obe strany $e^{-\int_0^T r(\tau) - g_N d\tau}$, dostaneme:

$$\int_0^T [c(t) - w(t)]e^{-\int_0^t [r(\tau) - g_N]d\tau}dt = a_0 - a(T)e^{-\int_0^T r(\tau) - g_N d\tau}$$

- prejdúc k limite pre $T \to \infty$ a s využitím (9) získame:

$$\int_0^\infty [c(t) - w(t)]e^{-\int_0^t [r(\tau) - g_N]d\tau}dt = a_0 \tag{10}$$

ÚLOHA MAXIMALIZÁCIE CELOŽIVOTNÉHO ÚŽITKU

- postup, ktorým sme sa dostali od (7) k (10) budeme označovať P
- vzťah (10) sa nazýva medzičasové rozpočtové obmedzenie a hovorí, že súčasná hodnota celoživotnej spotreby sa rovná súčasnej hodnote celoživotných príjmov z práce a súčasnej hodnote bohatstva
- rodina v každom čase s voľbou c maximalizuje $U_s = \int_s^\infty e^{-\theta(t-s)} u(c(t))dt$ za obmedzenia (10) v s, tj. $a_s = \int_s^\infty [c(t) - w(t)] e^{-\int_s^t [r(\tau) - g_N] d\tau} dt$
- rovnako ako v Ramseyovom modeli $u(c)$ označuje funkciu užitočnosti zo spotreby na hlavu
- celkovo teda máme pre každé s riešiť úlohu:

$$\max_{c(s)} \int_s^\infty e^{-\theta(t-s)} u(c(t))dt$$

za podmienky: $$a_s = \int_s^\infty [c(t) - w(t)] e^{-\int_s^t [r(\tau) - g_N] d\tau} dt$$

AKO RIEŠIŤ ÚLOHU MAXIMALIZÁCIE CELOŽIVOTNÉHO ÚŽITKU

- využijeme zápis v tvare Lagrangeovej funkcie:

$$L(c,\lambda) = U_s + \lambda\left(a_s - \int_s^{\infty}[c(t) - w(t)]e^{-\int_s^t [r(\tau)-g_N]d\tau}dt\right)$$

- podmienka maxima: pre každé s platí:

$$\frac{\partial L}{\partial c} = 0$$

- z nej:

$$u'(c)e^{-\theta(t-s)} - \lambda e^{-\int_s^t [r(\tau)-g_N]d\tau} = 0 \qquad (11)$$

- upravme (11):

$$\begin{aligned} \ln u'(c) - \theta(t-s) &= \ln\lambda - \int_s^t [r(\tau) - g_N]d\tau \\ \frac{u''(c)}{u'(c)}\dot{c} - \theta &= -(r - g_N) \qquad (12) \end{aligned}$$

ROVNOVÁHA

- s využitím (3) dostaneme:

$$-\frac{u''(c)}{u'(c)}\dot{c} = f'(k) - (g_N + \theta), \tag{13}$$

  čo je vzťah (9) z Ramseyovho modelu pre $\delta = 0$
- okrem toho musí samozrejme pre každé s platiť, že $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$, čo je vlastne podmienka: $a_s = \int_s^\infty [c(t) - w(t)] e^{-\int_s^t [r(\tau) - g_N] d\tau} dt$, resp. sústava podmienok (7) a (9)
- s využitím toho, že v ekvilibriu (rovnováhe) je $b(t) = 0$ pre každé t a teda $a(t) = k(t)$ pre každé t, dostávame dynamický systém:

$$\begin{aligned} \dot{k}(t) &= f(k(t)) - g_N k(t) - c(t) \\ -\frac{u''(c)}{u'(c)}\dot{c} &= f'(k) - (g_N + \theta) \end{aligned}$$

  a podmienku transverzality $\lim_{t\to\infty} k(t) e^{-\int_0^t (r(\tau) - g_N) d\tau} = 0$

DYNAMICKÝ SYSTÉM

- pre $s = 0$ z (11) máme:

$$u'(c)e^{-\theta t} = \lambda e^{-\int_0^t [r(\tau) - g_N] d\tau},$$

  kde λ - nenulová konštanta
- z toho: $e^{-\int_0^t [r(\tau) - g_N] d\tau} = \lambda^{-1} u'(c) e^{-\theta t}$
- teda podmienku $\lim_{t \to \infty} k(t) e^{-\int_0^t (r(\tau) - g_N) d\tau} = 0$ môžeme prepísať na tvar $\lim_{t \to \infty} k(t) u'(c(t)) e^{-\theta t} = 0$
- celkovo máme presne ten istý dynamický systém ako pri Ramseyovom modeli s $\delta = 0$ a s rovnakou podmienkou transverzality a preto analýza dynamiky v okolí ustáleného stavu (k^*, c^*) je úplne rovnaká ako pri modeli s centrálnym plánovačom

ÚLOHA VLÁDY V DECENTRALIZOVANEJ EKONOMIKE

VYROVNANÝ ROZPOČET

- skúmame vplyv vládnych výdavkov na spotrebu a kapitál za predpokladu, že vláda v každom čase hospodári s vyrovnaným rozpočtom, tj. v každom čase t platí: $G(t) = T(t)$, kde G - vládne výdavky, T - dane
- v premenných na hlavu: $g(t) = \xi(t)$, kde $g = \frac{G}{N}$ a $\xi = \frac{T}{N}$
- rozpočtové ohraničenie rodiny sa zmení :

$$c + \dot{a} = w + (r - g_N)a - \xi \tag{14}$$

- postupom P z (14) dostaneme:

$$\int_0^\infty [c(t) - w(t)] e^{-\int_0^t [r(\tau) - g_N] d\tau} dt = a_0 - \int_0^\infty \xi(t) e^{-\int_0^t [r(\tau) - g_N] d\tau} dt$$

- označme $\xi_0 = \int_0^\infty \xi(t) e^{-\int_0^t [r(\tau) - g_N] d\tau} dt$, potom:

$$\int_0^\infty [c(t) - w(t)] e^{-\int_0^t [r(\tau) - g_N] d\tau} dt = a_0 - \xi_0 \tag{15}$$

VYROVNANÝ ROZPOČET

- riešiac maximalizačnú úlohu:

$$\max_{c(s)} \quad \int_s^\infty e^{-\theta(t-s)} u(c(t))dt$$

$$\text{za:} \qquad a_s - \xi_s = \int_s^\infty [c(t) - w(t)] e^{-\int_s^t [r(\tau) - g_N] d\tau} dt$$

- dostaneme:

$$-\frac{u''(c)}{u'(c)} \dot{c} = f'(k) - (g_N + \theta),$$

tj. to isté ako pred nastúpením vlády

- v ekvilibriu sa prítomnosť vlády prejaví vo vzťahu:

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - g_N k(t) - c(t) - g(t)$$

- pri predpoklade g - konštantné, sa ustálená spotreba na hlavu zníži o g ($c^* = f(k^*) - g_N k^* - g$)

ÚLOHA VLÁDY V DECENTRALIZOVANEJ EKONOMIKE

DEFICITNÉ FINANCOVANIE

- skúmame vplyv vládnych výdavkov na spotrebu a kapitál za predpokladu, že vláda si môže od občanov požičiavať (robí to prostredníctvom emisie štátnych dlhopisov), aby pokryla vládne výdavky
- zavedieme premennú Z - vládny dlh
- potom zmena dlhu:

$$\dot{Z} = G - T + rZ \tag{16}$$

- po vydelení oboch strán (16) N, dostaneme:

$$\dot{z} = g - \xi + (r - g_N)z \tag{17}$$

- rovnako pre vládu musí platiť podmienka nemožnosti hrať Ponziho hru, tj.:

$$\lim_{t \to \infty} z(t) e^{-\int_0^t (r(\tau) - g_N) d\tau} = 0 \tag{18}$$

DEFICITNÉ FINANCOVANIE

- s využitím postupu P dostaneme z (17) a (18) medzičasové účtovné obmedzenie pre vládu:

$$\int_0^\infty [\xi(t) - g(t)] e^{-\int_0^t [r(\tau) - g_N] d\tau} dt = z_0, \tag{19}$$

  tj. súčasná hodnota vládneho dlhu v čase $t = 0$ plus súčasná hodnota všetkých vládnych výdavkov na hlavu sa rovná súčasnej hodnote všetkých daní na hlavu
- do bohatstva rodín pribudne držba dlhopisov, teda platí:

$$a = k - b + z \tag{20}$$

- účtovné obmedzenie rodín je dané vzťahom (14), čo spolu s podmienkou nemožnosti Ponziho hry pre rodiny dáva:

$$\int_0^\infty [c(t) - w(t)] e^{-\int_0^t [r(\tau) - g_N] d\tau} dt = a_0 - \xi_0, \tag{21}$$

  kde $a_0 = k_0 - b_0 + z_0$ a $\xi_0 = \int_0^\infty \xi(t) e^{-\int_0^t [r(\tau) - g_N] d\tau}$

DEFICITNÉ FINANCOVANIE

- po dosadení (19) za z_0 v (21) máme:

$$\int_0^\infty [c(t) - w(t)]e^{-\int_0^t [r(\tau)-g_N]d\tau} dt = k_0 - b_0 - g_0, \qquad (22)$$

kde $g_0 = \int_0^\infty g(t)e^{-\int_0^t [r(\tau)-g_N]d\tau}$

- vládny dlh do vzťahu (22) nevstupuje, je to to isté rozpočtové ohraničenie ako pri modeli s vyrovnaným rozpočtom, tj. rieši sa tá istá maximalizačná úloha
- je preto jedno, akým spôsobom vláda financuje vládne výdavky (Ricardova ekvivalencia)

DEFICITNÉ FINANCOVANIE

- v reálnom svete však Ricardova ekvivalencia neplatí
- dôvody:
    - iracionálnosť v ľudskom jednaní: "ľudia radi veria volebným sľubom a neuvedomujú si, že ak niečo dostanú dnes zadarmo, v skutočnosti to nie je zadarmo, ale na dlh, ktorý bude treba v budúcnosti splatiť"
    - niektorí ľudia sú bezdetní alebo nemajú záujem starať sa o budúcnosť svojich detí a teda deti nezdedia dlhopisy od vlády
    - nedostatočná likvidita domácností: "neschopní požičať, lebo keď majú viac, viac míňajú"
    - problémom môže byť aj nekonečný horizont úlohy

ÚLOHA VLÁDY V DECENTRALIZOVANEJ EKONOMIKE

DANE S DEFORMUJÚCIM ÚČINKOM NA KAPITÁL

- v tomto prípade bude účtovné obmedzenie rodiny:

$$c + \dot{a} + g_N a = w + (1 - \varphi_k) ra + q, \tag{23}$$

  kde $\varphi_k \in (0, 1)$ - daň uvalená na návratnosť kapitálu (daň z úroku), q - paušálne transfery ziskov vlády zo zdanenia výnosu kapitálu do rodín na hlavu
- s využitím podmienky zabraňujúcej Ponziho hre sa rozpočtové ohraničenie rodiny dá prepísať do tvaru:

$$\int_0^\infty [c(t) - w(t) - q(t)] e^{-\int_0^t [(1-\varphi_k) r(\tau) - g_N] d\tau} dt = a_0 \tag{24}$$

- riešiac maximalizačnú úlohu dostávame:

$$-\frac{u''(c)}{u'(c)} \dot{c} = (1 - \varphi_k) r - (g_N + \theta) \tag{25}$$

DANE S DEFORMUJÚCIM ÚČINKOM NA KAPITÁL

- v ekvilibriu po dosadení $r = f'(k)$ do (25) dostávame inú ustálenú hodnotu kapitálu na hlavu k_D^* :

$$k_D^* = (f')^{-1}\left(\frac{g_N + \theta}{1 - \varphi_k}\right) \tag{26}$$

- pretože $g_N + \theta < \frac{g_N+\theta}{1-\varphi_k}$ a f' je ostro klesajúca funkcia, tak platí:

$$k_D^* < k^* = (f')^{-1}(\theta + g_N)$$

- čiže zdanenie výnosov kapitálu povedie k zníženiu ustálenej hodnoty kapitálu na hlavu, pričom bude tým väčšie, čím väčšie je zdanenie
- v ekvilibriu ďalej: $c + \dot{k} + g_N k = f(k) - \varphi_k f'(k)k + q$ a keďže to, čo vláda vyberie na daniach vráti cez q, tj. $q = \varphi_k f'(k)k$, tak rovnica $\dot{k} = f(k) - g_N k - c$ ostáva v platnosti