

BEZARBITRÁŽNE OCEŇOVANIE PORTFÓLIA AKCIÍ

1. úloha

Riešenie:

Eliminácia rizika za účelom vytvorenia arbitráže:

$$1,1x + y + (1 + r_f)z - 1000 = 1,05x + 1,2y + (1 + r_f)z - 1000$$

vedie k stanoveniu pomeru medzi investíciou do akcie **A** a investíciou do akcie **B**:

$$x = 4y.$$

Pretože má platiť $x + y + z = 1000$, tak $5y + z = 1000$. Z toho máme:

$$x = \frac{4}{5}(1000 - z) \text{ a } y = \frac{1}{5}(1000 - z).$$

Investor maximalizuje výplatu voľbou z :

$$\max_{z \in (-1000, 1000)} \frac{44}{50}(1000 - z) + \frac{1}{5}(1000 - z) + (1 + 0,06)z = 1080 - 0,02z,$$

tj. volí $z = -1000$. Odtiaľ: $x = 1600$ a $y = 400$. S takýmto rozvrhnutím investície je dosiahnutá riziko neutralizujúca výplata rovná $(1080 + 20)$ p.j. = 1100 p.j., čo je viac než bezrizikových 1060 p.j., ktoré možno získať nákupom dlhopisov. Vznikla arbitráž.

2. úloha

Riešenie:

Eliminácia rizika za účelom vytvorenia arbitráže:

$$1,1x + y + 1,06u - 1,08v - 1000 = 1,05x + 1,2y + 1,06u - 1,08v - 1000$$

vedie k stanoveniu pomeru medzi investíciou do akcie **A** a investíciou do akcie **B**:

$$x = 4y.$$

Pretože má platiť $x + y + u - v = 1000$, tak $5y + u - v = 1000$. Z toho máme:

$$x = \frac{4}{5}(1000 - u + v) \text{ a } y = \frac{1}{5}(1000 - u + v).$$

Investor maximalizuje výplatu voľbou u , resp. v :

$$\begin{aligned} \max_{\substack{u \in \langle 0, 1000 \rangle, \\ v \in \langle 0, 1000 \rangle}} \frac{44}{50} (1000 - u + v) + \frac{1}{5} (1000 - u + v) + 1,06u - 1,08v = \\ = 1080 - 0,02u + 1,08v - 1,08v = 1080 - 0,02u. \end{aligned}$$

Vidíme, že výška výplaty nezávisí od voľby v a preto je voľba $v \in \langle 0, 1000 \rangle$ ľubovoľná, kým u musí investor zvoliť čo najmenšie, tj. volí $u = 0$. Odtiaľ: $x = \frac{4}{5}(1000 + v)$ a $y = \frac{1}{5}(1000 + v)$ (napr. ak $v = 500$, potom $x = 1200$ a $y = 300$). S takýmto rozvrhnutím investície je dosiahnutá riziko neutralizujúca výplata rovná 1080 p.j., čo je viac než bezrizikových 1060 p.j., ktoré možno získať nákupom dlhopisov (predaj dlhopisov pri úrokovej sadzbe 0,08 zadanie úlohy nepovoľuje). Vznikla arbitráž.

3. úloha

Riešenie:

Eliminácia rizika za účelom vytvorenia arbitráže:

$$1,05x + 0,9y + (1 + r_f)z - 1000 = 0,9x + 1,1y + (1 + r_f)z - 1000$$

vedie k stanoveniu pomeru medzi investíciou do akcie **A** a investíciou do akcie **B**:

$$x = \frac{4}{3}y.$$

Pretože má platiť $x + y + z = 1000$, tak $\frac{7}{3}y + z = 1000$. Z toho máme:

$$x = \frac{4}{7}(1000 - z) \text{ a } y = \frac{3}{7}(1000 - z).$$

Investor maximalizuje výplatu voľbou z :

$$\max_{z \in \langle -1000, 1000 \rangle} \frac{36}{70}(1000 - z) + \frac{33}{70}(1000 - z) + (1 + 0,01)z = \frac{6900}{7} + \frac{17}{700}z,$$

tj. volí $z = 1000$. Odtiaľ: $x = 0$ a $y = 0$. S takýmto rozvrhnutím investície je dosiahnutá riziko neutralizujúca výplata rovná $\left(\frac{7070}{7}\right)$ p.j. = 1010 p.j., čo je presne rovnako ako bezrizikových 1010 p.j., ktoré možno získať nákupom dlhopisov, keďže práve prostredníctvom investície všetkých finančných prostriedkov do nákupu dlhopisov je investícia realizovaná. Teda pri možnosti iba nakupovať akcie, ale nie ich predávať neexistuje arbitrážna príležitosť.