

BEZARBITRÁŽNE OCEŇOVANIE PORTFÓLIA AKCIÍ

1. Uvažujte trh s dvomi rizikovými cennými papiermi – akciami **A** a **B** nevyplácajúcimi dividendy, takými, že ich súčasné ceny (tj. v čase 0) sú pre akciu **A**: 20 p.j. a pre akciu **B**: 50 p.j. Uvažujte, že na trhu existuje bezkupónový dlhopis s dobou splatnosti $T = 1$ jednotka času a bezrizikovou úrokovou sadzbou $r_f = 0,06$, ktorý možno kupovať aj predávať/emitovať (teda je možné za túto sadzbu na obdobie dĺžky T peniaze požiť aj požiť si). Nech na ceny akcií za dobu T majú vplyv dve náhodné udalosti H a D , ktoré obe môžu nastať s pravdepodobnosťou 0,5. Pričom, ak nastane udalosť H , cena akcie **A** v čase $T = 1$ bude 22 p.j. a cena akcie **B** bude 50 p.j. Ak nastane udalosť D , cena akcie **A** v čase $T = 1$ bude 21 p.j. a cena akcie **B** bude 60 p.j. Predpokladajte, že investor vyhl'adávajúci arbitrážne príležitosti má v čase 0 k dispozícii sumu $m = 1000$ p.j. a zároveň si môže predajom dlhopisov požiť až do výšky ďalších 1000 p.j. (samozrejme v čase $T = 1$ musí potom požičaných w p.j., kde $w \in (0, 1000)$, vrátiť aj s úrokom v celkovej výške $(1,06)w$ p.j.). Investor v čase 0 vytvorí portfólio pozostávajúce z nákupu akcií **A**, **B** a nákupu alebo predaja dlhopisov. Nech x označuje sumu investovanú do nákupu akcie **A**, y označuje sumu investovanú do nákupu akcie **B** a z označuje sumu investovanú do nákupu/predaja dlhopisov. Teda platí: $x + y + z = 1000$, pričom $x \in \langle 0, 2000 \rangle$, $y \in \langle 0, 2000 \rangle$ a $z \in \langle -1000, 1000 \rangle$. Čiže ak $z > 0$ p.j., in-

vestor nakupuje dlhopisy, ak $z < 0$ p.j., investor predáva dlhopisy (iba v tomto prípade môžu byť hodnoty x a y väčšie ako 1000 p.j.) a ak $z = 0$ p.j., investor dlhopisy nenakupuje, ani nepredáva. Rozhodnite, aké hodnoty x, y, z musí investor zvoliť, aby dosiahol na tomto trhu arbitráž, teda aby, bez ohľadu na to, ktorá z náhodných udalostí H, D nastane, získal v čase T pri oboch udalostiach rovnakú výplatu väčšiu než 1060 p.j. Aká bude táto výplata?

2. Predpokladajte rovnaké zadanie, ako v 1.úlohe s jednou výnimkou a totiž, že úroková sadzba na požičiavanie je iná, než na požičiavanie si. Konkrétne úroková sadzba na požičiavanie si je 0,08 (teda ak si v čase 0 investor požičia napr. 1000 p.j., v čase $T = 1$ musí zaplatiť 1080 p.j.), kým úroková sadzba na požičiavanie ostáva rovnaká ako predtým, teda 0,06 (tzn. ak investor v čase 0 požičia 1000 p.j., v čase T dostane 1060 p.j.). Nech teraz $u \geq 0$ označuje investíciu do nákupu dlhopisov (teda poskytnutia pôžičky s úrokovou sadzbou 0,06) a $v \geq 0$ označuje objem pôžičaných prostriedkov úročených úrokovou sadzbou 0,08 najviac však do výšky 1000 p.j., teda $v \leq 1000$ p.j. Rozhodnite, aké hodnoty x, y, u, v musí investor zvoliť, aby dosiahol na tomto trhu kladný výnos pri eliminácii rizika, teda aby, bez ohľadu na to, ktorá z náhodných udalostí H, D nastane, získal v čase T pri oboch udalostiach rovnakú výplatu väčšiu než 1060 p.j. Aká bude táto výplata?

3. Predpokladajte rovnaké zadanie, ako v 1.úlohe s nasledujúcimi výnimkami: Na trhu síce existuje bezkupó-

nový dlhopis s dobou splatnosti $T = 1$ jednotka času, ale s bezrizikovou úrokovou sadzbou $r_f = 0,01$. Dlhopis možno kupovať aj predávať/emitovať. Súčasné ceny akcií sú pre **A**: 20 p.j. a pre **B**: 40 p.j, pričom, ak nastane udalosť H , cena akcie **A** v čase $T = 1$ bude 21 p.j. a cena akcie **B** bude 36 p.j. a ak nastane udalosť D , cena akcie **A** v čase $T = 1$ bude 18 p.j. a cena akcie **B** bude 44 p.j. Rozhodnite, aké hodnoty x, y, z musí investor zvoliť, aby dosiahol na tomto trhu kladný výnos pri eliminácii rizika plynúceho z nastatia udalostí H, D , teda aby, bez ohľadu na to, ktorá z náhodných udalostí H, D nastane, získal v čase T pri oboch udalostiach rovnakú výplatu väčšiu než 1000 p.j. Je možné na takomto trhu arbitráž vytvoriť, tj. získať s elimináciou rizika výplatu väčšiu než 1010 p.j.? Akú najväčšiu výplatu môže pri eliminovaní rizika investor na takomto trhu dosiahnuť?