

AKCIE

1. Vypočítajte výnosovú sadzbu (mieru) akcie fiktívnej spoločnosti NAZDAR, ktorá vypláca konštantnú dividendu 10 p.j. a ktorej súčasná cena je 100 p.j.

Riešenie:

$$\boxed{P_0 = 100 \text{ p.j.}, D = 10 \text{ p.j.}, r = ?}$$

Zo vzťahu na výpočet ceny akcie: $P_0 = \frac{D}{r}$, dostaneme:

$$r = \frac{D}{P_0} = \frac{10 \text{ p.j.}}{100 \text{ p.j.}} = 0,1 \text{ (10 \%)}$$

Výnosová sadzba (miera) akcie je 0,1 (10 %).

2. Vypočítajte súčasnú cenu akcie DREAM, ktorá vypláca oznámenú dividendu 5 p.j., ak očakávaná miera rastu dividendy sú 2 % a očakávaná výnosová miera je 12 %.

Riešenie:

$$\boxed{D = 5 \text{ p.j.}, r = 0,12, g = 0,02, P_0 = ?}$$

$$P_0 = \frac{D}{r - g} = \frac{5 \text{ p.j.}}{0,12 - 0,02} = \frac{5 \text{ p.j.}}{0,1} = 50 \text{ p.j.}$$

Súčasná cena akcie je 50 p.j.

3. Firma LEFTRIGHT predáva akciu za 48 p.j. Za rok očakáva platbu dividendy vo výške 3 p.j. na akciu. Vypočítajte mieru trhovej kapitalizácie, tj. výnosovú mieru akcie, ak aktivačný pomer je 0,5 a návratnosť vlastného kapitálu je 0,14.

Riešenie:

$$\boxed{P_0 = 48 \text{ p.j.}, D = 3 \text{ p.j.}, b = 0,5, ROE = 0,14, r = ?}$$

Vypočítajme najprv mieru rastu dividendy:

$$g = b \cdot ROE = 0,5 \cdot 0,14 = 0,07$$

Potom zo vzťahu $P_0 = \frac{D}{r-g}$, dostaneme:

$$r = g + \frac{D}{P_0} = 0,07 + \frac{3}{48} = \frac{7}{100} + \frac{1}{16} = \frac{53}{400} = 0,1325.$$

Miera trhovej kapitalizácie je 13,25 %.

4. Vypočítajte súčasnú cenu akcie, ktorá v nasledujúcich dvoch rokoch neprinesie žiadnu dividendu, na konci tretieho roku vyplatí dividendu vo výške 2 p.j. a v ďalších rokoch porastie dividendu konštantným tempom rastu 5 %. Uvažujte mieru trhovej kapitalizácie $r = 0,15$.

Riešenie:

$$\boxed{D_3 = 2 \text{ p.j.}, g = 0,05, r = 0,15, P_0 = ?}$$

Za týchto podmienok bude hodnota akcie na konci druhého roku:

$$P_2 = \frac{D}{r-g} = \frac{2 \text{ p.j.}}{0,15 - 0,05} = \frac{2 \text{ p.j.}}{0,1} = 20 \text{ p.j.}$$

Keďže výnosová sadzba akcie $r = 0,15$ a akcia v prvých dvoch rokoch dividendu nevypláca, tak, aby sme dostali hodnotu akcie v roku 0, je potrebné P_2 „odúročiť“ s využitím r do roku 0 a teda:

$$P_0 = \frac{P_2}{(1+r)^2} = \frac{20 \text{ p.j.}}{(1,15)^2} \doteq 15,12 \text{ p.j.}$$

Súčasná cena akcie je približne 15,12 p.j.

5. Vypočítajte súčasnú cenu akcie, ktorá nasledujúci rok prinesie dividendu $D = 2$ p.j., ktorá počas ďalších štyroch rokov porastie rýchlosťou rastu $G = 0,2$ (čiže $n = 5$ rokov) a od šiesteho roka počnúc táto rýchlosť klesne na $g = 0,1$. Uvažujte $r = 0,3$.

Riešenie:

$$\boxed{D = 2 \text{ p.j.}, G = 0,2, n = 5, g = 0,1, r = 0,3, P_0 = ?}$$

Vychádzajúc z odvodenia z prednášky dostaneme:

$$P_0 = \frac{D}{r-G} \left(1 - \frac{G-g}{r-g} \left(\frac{1+G}{1+r} \right)^{n-1} \right) = \frac{2 \text{ p.j.}}{0,1} \left(1 - \frac{0,1}{0,2} \left(\frac{1,2}{1,3} \right)^4 \right)$$

$$P_0 \doteq 12,74 \text{ p.j.}$$

Súčasná cena akcie je približne 12,74 p.j.

6. Uvažujte akciu, ktorá vypláca oznámenú dividendu $D = 1$ p.j., pričom očakávaná sadzba rastu dividendy $g = 0,01$ a očakávaná výnosová sadzba $r = 0,05$. Pre $n = 0$ nájdite fundamentálne riešenie P_n^* stochastickej rovnice:

$$P_n = \frac{D_{n+1}}{1+r} + \frac{P_{n+1}}{1+r} \quad (1)$$

Riešenie:

Aplikujúc odvodenie z prednášky dostaneme:

$$P_n^* = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{t+n}}{(1+r)^t}$$

za predpokladu, že rad $\sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{t+n}}{(1+r)^t}$ konverguje a $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_n^*}{(1+r)^n} = 0$.

Rad $\sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{t+n}}{(1+r)^t}$ konverguje, pretože ide o geometrický rad s kvocientom $0 < q = \frac{1+g}{1+r} = \frac{1,01}{1,05} = \frac{101}{105} < 1$, ako vidno aj z nasledujúceho výpočtu jeho súčtu:

$$\begin{aligned} P_n^* &= \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{t+n}}{(1+r)^t} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D(1+g)^{t+n-1}}{(1+r)^t} = \frac{D(1+g)^n}{1+r} \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^t \\ &= \left(\frac{D(1+g)^n}{1+r} \right) \left(\frac{1}{1 - \frac{1+g}{1+r}} \right) = \frac{D(1+g)^n}{r-g} \end{aligned} \quad (2)$$

Navyše:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_n^*}{(1+r)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{D(1+g)^n}{(r-g)(1+r)^n} = \frac{D}{r-g} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^n = 0$$

Z (2) pre $n = 0$ máme:

$$P_0^* = \frac{D}{r-g}.$$

Prípadne môžeme P_0^* získať priamo výpočtom:

$$\begin{aligned} P_0^* &= \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+r)^t} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D(1+g)^{t-1}}{(1+r)^t} = \frac{D}{1+r} \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^t \\ &= \left(\frac{D}{1+r} \right) \left(\frac{1}{1 - \frac{1+g}{1+r}} \right) = \frac{D}{r-g} \end{aligned}$$

Čiže:

$$P_0^* = \frac{1 \text{ p.j.}}{0,05 - 0,01} = \frac{1 \text{ p.j.}}{0,04} = 25 \text{ p.j.}$$

7. Uvažujte akciu z predchádzajúcej úlohy a fundamentálne riešenie P_n^* stochastickej rovnice (1). Nech $P_n = P_n^* + B_n$, kde $B_n = B(1+r)^n$ s $B_0 = B = 1$ p.j. je bublina nafukujúca cenu akcie. Ukážte, že P_n vyhovuje (1). Vypočítajte hodnotu P_0, P_{10}, P_{100} a ukážte, že $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = \infty$ p.j. a $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_n}{(1+r)^n} \neq 0$ p.j.

Riešenie:

Dosaďme za P_n do rovnice (1), dostaneme:

$$\begin{aligned} \frac{D_{n+1}}{1+r} + \frac{P_{n+1}}{1+r} &= \frac{D_{n+1}}{1+r} + \frac{P_{n+1}^* + B_{n+1}}{1+r} = \frac{D_{n+1}}{1+r} + \frac{P_{n+1}^*}{1+r} + \frac{B_{n+1}}{1+r} \\ &= P_n^* + \frac{B(1+r)^{n+1}}{1+r} = P_n^* + B(1+r)^n = P_n^* + B_n = P_n \end{aligned}$$

Keďže $P_n = P_n^* + B_n$ a P_n^* vyhovuje (2), tak:

$$P_n = \frac{D(1+g)^n}{r-g} + B(1+r)^n \quad (3)$$

Z (3) získame:

$$\begin{aligned} P_0 &= 25 \text{ p.j.} + 1 \text{ p.j.} = 26 \text{ p.j.} \\ P_{10} &= \left(\frac{(1,01)^{10}}{0,04} + (1,05)^{10} \right) \text{ p.j.} \doteq 29,24 \text{ p.j.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{100} &= \left(\frac{(1,01)^{100}}{0,04} + (1,05)^{100} \right) \text{ p.j.} \doteq 199,12 \text{ p.j.} \\
\lim_{n \rightarrow \infty} P_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{D(1+g)^n}{r-g} + B(1+r)^n \\
&= \frac{D}{r-g} \lim_{n \rightarrow \infty} (1+g)^n + B \lim_{n \rightarrow \infty} (1+r)^n \\
&= 25 \lim_{n \rightarrow \infty} (1,01)^n + \lim_{n \rightarrow \infty} (1,05)^n = \infty \text{ p.j.} \\
\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_n}{(1+r)^n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{D(1+g)^n}{(r-g)(1+r)^n} + \frac{B(1+r)^n}{(1+r)^n} \\
&= B + \frac{D}{r-g} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^n = 1 \text{ p.j.} + 0 \text{ p.j.} = 1 \text{ p.j.} \\
&\neq 0 \text{ p.j.}
\end{aligned}$$

8. Uvažujte akciu zo 6.úlohy a fundamentálne riešenie P_n^* stochastickej rovnice (1). Nech $P_n = P_n^* + B_n$, kde

$$B_{n+1} = \begin{cases} \frac{(1+r)B_n}{q}, & \text{s pravdepodobnosťou } q = \frac{4}{5} \\ 0, & \text{s pravdepodobnosťou } 1-q = \frac{1}{5} \end{cases}$$

a $B_0 = 4$ p.j. je bublina nafukujúca cenu akcie, ktorá s prasknutím zaniká. Ukážte, že P_n vyhovuje (1). Vypočítajte hodnotu P_0, P_1 . Predpokladajte, že bublina rástla až do času $n = 10$, kedy praskla. Určte hodnotu P_9 .

Riešenie:

Na tomto mieste je potrebné dovysvetliť, že do rovnice (1) vstupuje očakávaná (stredná) hodnota z B_{n+1} za informácie známej v predchádzajúcej perióde, tj.:

$$q \left(\frac{(1+r)B_n}{q} \right) + (1-q)0 = (1+r)B_n,$$

kvôli zjednodušeniu zápisu ju však budeme značiť B_{n+1} .

Dosaďme teda za P_n do rovnice (1), dostaneme:

$$\frac{D_{n+1}}{1+r} + \frac{P_{n+1}}{1+r} = \frac{D_{n+1}}{1+r} + \frac{P_{n+1}^* + B_{n+1}}{1+r} = \frac{D_{n+1}}{1+r} + \frac{P_{n+1}^*}{1+r} + \frac{(1+r)B_n}{1+r}$$

$$= P_n^* + B_n = P_n$$

Keďže $P_n = P_n^* + B_n$, tak:

$$P_0 = P_0^* + B_0 = 25 \text{ p.j.} + 4 \text{ p.j.} = 29 \text{ p.j.}$$

Hodnota P_1 závisí od toho, či bublina ďalej rastie alebo splaskla, teda:

$$P_1 = \begin{cases} P_1^* + \frac{(1+r)B_0}{q}, & \text{s pravdepodobnosťou } q \\ P_1^*, & \text{s pravdepodobnosťou } 1-q \end{cases}$$

Ak nepraskla, tak $P_1 = \left(\frac{1,01}{0,04} + 5(1,05)\right) \text{ p.j.} = (25,25 + 5,25) \text{ p.j.} = 30,5 \text{ p.j.}$ Ak praskla, tak $P_1 = \frac{1,01}{0,04} \text{ p.j.} = 25,25 \text{ p.j.}$ Keďže sa tu pri pohľade z času 0 stretávame s istou neurčitost'ou, je vhodné namiesto P_1 počítať strednú hodnotu z P_1 , tj. očakávanú hodnotu P_1 :

$$q \left(P_1^* + \frac{(1+r)B_0}{q} \right) + (1-q)P_1^* = P_1^* + (1+r)B_0$$

$$= \frac{4}{5} (30,5 \text{ p.j.}) + \frac{1}{5} (25,25 \text{ p.j.})$$

$$= 25,25 \text{ p.j.} + 4(1,05) \text{ p.j.} = 29,45 \text{ p.j.}$$

Podľa predpokladu bublina rástla až do času $n = 10$, kedy praskla, tzn. na výpočet hodnoty $P_9 = P_9^* + B_9$ potrebujeme poznať B_9 , pri výpočte ktorého vychádzame z rekurentného vzťahu $B_{n+1} = \frac{(1+r)B_n}{q}$ pri známom $B_0 = 4 \text{ p.j.}$ Počítajme:

$$B_1 = \frac{(1+r)B_0}{q} = 5(1,05) \text{ p.j.} = 5,25 \text{ p.j.}$$

$$B_2 = \frac{(1+r)B_1}{q} = \frac{(1+r)^2 B_0}{q^2}$$

⋮

$$B_9 = \frac{(1+r)^9 B_0}{q^9} = \frac{(B_1)^9}{(B_0)^8} = \frac{(5,25 \text{ p.j.})^9}{(4 \text{ p.j.})^8} \doteq 46,23 \text{ p.j.}$$

Takže máme:

$$P_9 = P_9^* + B_9 = \frac{D(1+g)^9}{r-g} + \frac{(1+r)^9 B_0}{q^9} \doteq 73,58 \text{ p.j.}$$

Pre zaujímavosť vypočítajme ešte hodnotu P_{10} :

$$P_{10} = P_{10}^* = (1,01)^{10} (0,04)^{-1} \doteq 27,62 \text{ p.j.}$$