

Riadny termín
Základy finančnictva
30.5.2022

TEÓRIA:

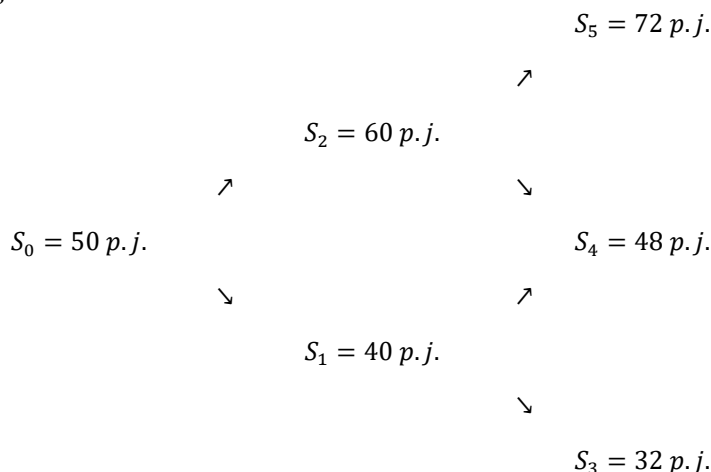
Každá z nasledujúcich teoretických úloh je za 5 bodov. Pre každú z úloh je práve jedna z možností a, b, c, d správna. Správna odpoveď v úlohe znamená 5 bodov, akákoľvek nesprávna odpoveď ako i označenie viacerých odpovedí v jednej úlohe je za 0 bodov.

1. Uvažujte dva bezkupónové dlhopisy A, B s rovnakou dobou splatnosti $T = 10$ rokov. Nech P_A označuje súčasnú hodnotu dlhopisu A a P_B označuje súčasnú hodnotu dlhopisu B . Potom:
 - a. $P_A < P_B$,
 - b. $P_A > P_B$,
 - c. $P_A = P_B$,
 - d. v závislosti na nominálnych hodnotách dlhopisov môže nastať ktorákoľvek z možností a., b., c.
2. Uvažujte dve akcie A, B poskytujúce rovnakú výnosovú sadzbu $r \in (0,1)$ také, že pre $t = 1, 2, 3, \dots$ akcia A vypláca dividendu $D_1 = D > 0$ rastúcu ročnou mierou rastu $0 < g_A$, tj. pre akciu A rast dividendy sleduje vývoj: $D_t = D(1 + g_A)^{t-1}$ a akcia B vypláca dividendu $D_1 = D > 0$ rastúcu ročnou mierou rastu $r > g_B > g_A$, tj. pre akciu B rast dividendy sleduje vývoj: $D_t = D(1 + g_B)^{t-1}$. Nech P_A označuje súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) akcie A a P_B označuje súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) akcie B , obe pri diskretnom diskontovaní. Platí:
 - a. $P_A < P_B$,
 - b. $P_A > P_B$,
 - c. $P_A = P_B$,
 - d. $P_A < P_B$, ale od istého času počnúc bude $P_A > P_B$.
3. Uvažujte portfólio pozostávajúce z dvoch rizikových cenných papierov α, β takých, že pre ich výnosnosti r_α, r_β platí $r_\alpha = r_\beta$ a pre ich rizikovosti $\sigma_\alpha, \sigma_\beta$ platí $\sigma_\alpha < \sigma_\beta$. Nech $\rho_{\alpha\beta}$ označuje korelačný koeficient výnosov cenných papierov α, β . Potom množina všetkých prípustných portfólií pozostávajúcich z cenných papierov α, β je v rovine $\mathcal{O}_{\sigma r}$ tvorená:
 - a. jediným bodom so súradnicami $(\sigma_\alpha, r_\alpha)$,
 - b. úsečkou rovnobežnou s vodorovnou osou $\mathcal{O}_\sigma$ s krajnými bodmi $(\sigma_\alpha, r_\alpha)$ a $(\tilde{\sigma}_p, r_\alpha)$, kde $0 \leq \tilde{\sigma}_p \leq \sigma_\alpha$,
 - c. úsečkou rovnobežnou s vodorovnou osou $\mathcal{O}_\sigma$ s krajnými bodmi $(\sigma_\alpha, r_\alpha)$ a $(\tilde{\sigma}_p, r_\alpha)$, kde $\tilde{\sigma}_p > \sigma_\beta$,
 - d. jediným bodom so súradnicami (σ_β, r_β) .
4. Súčasná bezarbitrážna hodnota európskej predajnej (put) opcie na akciu bez dividend s realizačnou cenou $K > 0$ peňažných jednotiek (ďalej p.j.) takou, že $K > S_M$, kde S_M označuje najväčšiu z hodnôt podkladovej akcie v koncových uzloch binárneho stromu vývoja ceny akcie, je pri spojitý úrokovej sadzbe $r > 0$, konštantnej počas doby splatnosti opcie $\hat{T} > 0$, rovná:
 - a. $Ke^{-r\hat{T}} - S_0$ p.j.,
 - b. 0 p.j.,
 - c. $S_0 - Ke^{-r\hat{T}}$ p.j.,
 - d. $-K$ p.j.

Riadny termín
Základy finančnictva
30.5.2022

ÚLOHY:

1. **(10 bodov)** Určte počet konverzií m , pri ktorom za pol roka vzrastie kapitál 20000 p.j. na 20402 p.j. pri zloženom úrokovaní m -krát ročne a ročnej úrokovej sadzbe $r = 0,01m$. Aká je ročná úroková sadzba?
2. **(10 bodov)** Vypočítajte, akú ročnú kupónovú sadzbu c poskytuje dvojročný kupónový dlhopis s nominálnou hodnotou $F = 100$ p.j., ak jeho súčasná hodnota $B = 104$ p.j. a spojité ročné úrokové sadzby na jednotlivé obdobia sú: $r_1 = 0,0176$, $r_2 = 0,0387$, kde dolný index pri každom r značí dĺžku obdobia v rokoch. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.
3. **(10 bodov)** Vypočítajte očakávanú sadzbu (mieru) rastu g dividendy akcie, ktorej súčasná hodnota (cena v čase 0) $P_0 = 50$ p.j., pričom akcia vypláca v roku 1 dividendu vo výške $D = 4$ p.j. a výnosová sadzba (miera) akcie $r = 0,1$.
4. **(20 bodov)** Bezarbitrážnym oceňovaním ohodnoťte európsku kúpnu (call) opciu na akciu nevypĺacajúcu dividendy s dobou splatnosti $\hat{T} = 4$ mesiace a realizačnou cenou $K = 46$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba r je počas tohto obdobia nemenná a rovná 0,06, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je na nasledujúcom dvojkrokovom binárnom strome:



kde prvá zmena ceny akcie nastane v čase $T = 2$ mesiace (tj. jedna šestina roka) a druhá zmena nastane o ďalšie 2 mesiace. Čiže doba splatnosti opcie $\hat{T} = 2T = \frac{1}{3}$ (kde 2 je počet krokov na binárnom strome). Použite put-call paritu pre európske opcie na určenie súčasnej hodnoty európskej predajnej (put) opcie na túto akciu s rovnakou dobou splatnosti a rovnakou realizačnou cenou.

PRÉMIA:

(5 bodov) Nech n označuje počet časových krokov na jedno- alebo viackrokovom (konkrétne teda n -krokovom) binárnom strome s rekombinantnou vlastnosťou pre podkladové aktívum – akciu bez dividend. Ukážte, že pre každé $n \in \mathbb{N}$ súčasná hodnota americkej predajnej (put) opcie na túto akciu s realizačnou cenou $K > 0$ p.j. takou, že $K \leq S_m$, kde S_m označuje najmenšiu z hodnôt podkladovej akcie v koncových uzloch binárneho stromu vývoja ceny akcie, je pri spojitý úrokovej sadzbe $r \geq 0$, konštantnej počas doby splatnosti opcie $\hat{T}$, nulová.