

Riadny termín
Základy finančnictva
9.6.2021

TEÓRIA:

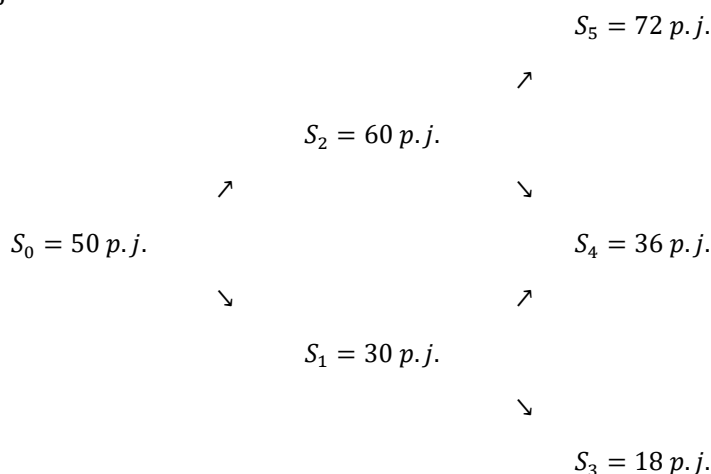
Každá z nasledujúcich teoretických úloh je za 5 bodov. Pre každú z úloh je práve jedna z možností a, b, c, d správna. Správna odpoveď v úlohe znamená 5 bodov, akákoľvek nesprávna odpoveď ako i označenie viacerých odpovedí v jednej úlohe je za 0 bodov.

1. Uvažujte dva diskontné dlhopisy A, B , ktorých doby splatnosti sú $T_A - T_0$, resp. $T_B - T_0$, pričom $0 < T_A - T_0 < T_B - T_0$, kde T_0 je fixované (tj. fixný dátum, napr. dnes). Nech $0 < P(T_0, T_A) < 1$ označuje súčasnú hodnotu dlhopisu A a $0 < P(T_0, T_B) < 1$ označuje súčasnú hodnotu dlhopisu B . Potom na princípe žiadna arbitráž platí:
 - a. $P(T_0, T_A) < P(T_0, T_B)$,
 - b. $P(T_0, T_A) \geq P(T_0, T_B)$,
 - c. $P(T_0, T_A) \geq P(T_0, T_B)$, ale pre rôzne veľké nominálne hodnoty dlhopisov môže nastať $P(T_0, T_A) < P(T_0, T_B)$,
 - d. $P(T_0, T_A) < P(T_0, T_B) < 0$.
2. Uvažujte dve akcie A, B také, že akcia A vypláca pre každé $t = 1, 2, 3, \dots$ konštantnú dividendu $D_t = D > 0$, kým akcia B vypláca pre $t = 1, 2, 3, \dots$ dividendu rastúcu ročnou mierou rastu $g > 0$, tj. pre akciu B rast dividendy sleduje vývoj: $D_t = D(1 + g)^{t-1}$. Nech akcia A poskytuje výnosovú sadzbu $r_A > 0$ a akcia B výnosovú sadzbu $r_B = r_A + g$. Nech P_A označuje súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) akcie A a P_B označuje súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) akcie B , obe pri diskretnom diskontovaní. Platí:
 - a. $P_A < P_B$,
 - b. $P_A > P_B$,
 - c. $P_A = P_B$,
 - d. $P_A < P_B$, ale od istého času počnúc bude $P_A > P_B$.
3. Uvažujte portfólio pozostávajúce z N rizikových cenných papierov $1, 2, \dots, N$, ktorých váhy v tomto portfóliu sú $x_1, x_2, \dots, x_N$, pričom $x_i \neq 0$ pre každé $i \in \{1, 2, \dots, N\}$. Platí:
 - a. $\sum_{i=1}^N x_i = 1$, ak $x_i > 0$ pre každé $i \in \{1, 2, \dots, N\}$, a súčasne $\sum_{i=1}^N x_i = 0$, ak existuje aspoň jeden cenný papier $j \in \{1, 2, \dots, N\}$ taký, že $x_j < 0$,
 - b. $\sum_{i=1}^N x_i = 0$, ak $x_i > 0$ pre každé $i \in \{1, 2, \dots, N\}$, a súčasne $\sum_{i=1}^N x_i = 1$, ak existuje aspoň jeden cenný papier $j \in \{1, 2, \dots, N\}$ taký, že $x_j < 0$,
 - c. $\sum_{i=1}^N x_i \in \langle -1, 1 \rangle$ a to, čomu je tento súčet rovný, závisí od korelácie medzi všetkými dvojicami cenných papierov,
 - d. $\sum_{i=1}^N x_i = 1$.
4. Uvažujte európsku kúpnu (call) opciu na akciu bez dividend s realizačnou cenou $K > 0$ a dobou splatnosti $T > 0$, počas ktorej je bezriziková úroková sadzba nulová. Nech $S_T > 0$ označuje cenu podkladového aktíva v čase T a $C_0 > 0$ súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) opcie, potom v čase T :
 - a. profit diagram je rovnaký pre držiteľa opcie aj pre vypisovateľa opcie,
 - b. potenciálny profit, ale aj strata držiteľa opcie i vypisovateľa opcie je neohraničený/á,
 - c. pre $S_T > K$ je profit držiteľa opcie daný rozdielom $S_T - K$,
 - d. pre $S_T < K$ je profit vypisovateľa opcie rovný C_0 .

Riadny termín
Základy finančnictva
9.6.2021

ÚLOHY:

1. **(10 bodov)** Určte diskretnú nominálnu úrokovú sadzbu, pri ktorej za polroka narastie vklad zo sumy 10000 peňažných jednotiek (ďalej p.j.) na 10201 p.j. pri štyroch konverziách ročne.
2. **(10 bodov)** Uvažujte dvojročný kupónový dlhopis, ktorý každoročne vypláca kupón vo výške 3% z nominálu $F = 110$ p.j. Nech spojitú ročnú úrokovú sadzbu na jednotlivé obdobia sú: r_1 a $r_2 = 0,0251$, kde dolný index pri každom r značí dĺžku obdobia v rokoch. Určte hornú hranicu M (zaokrúhlenú na tri desatinné miesta) pre hodnotu r_1 tak, aby pre $r_1 \leq M$ platilo, že súčasná hodnota dlhopisu B je väčšia alebo rovná 111 p.j.
3. **(10 bodov)** Vypočítajte očakávanú mieru rastu g dividendy akcie, ktorej súčasná hodnota (cena v čase 0) $P_0 = 25$ p.j., pričom akcia vypláca v roku 1 dividendu vo výške $D = 2$ p.j. a výnosová miera akcie $r = 0,12$.
4. **(20 bodov)** Bezarbitrážnym oceňovaním ohodnoťte americkú predajnú (put) opciu na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti $\hat{T} = 4$ mesiace a realizačnou cenou $K = 54$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba r je počas tohto obdobia nemenná a rovná 0,06, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je na nasledujúcom dvojkrokovom binárnom strome:



kde prvá zmena ceny akcie nastane v čase $T = 2$ mesiace (tj. jedna šestina roka) a druhá zmena nastane o ďalšie 2 mesiace. Čiže doba splatnosti opcie $\hat{T} = 2T = \frac{1}{3}$ (kde 2 je počet krokov na binárnom strome).

PRÉMIA:

(5 bodov) Uvažujte typ opcie super share. Ukážte, akým spôsobom možno vyskladať z (tzn. zostrojiť) portfólio pozostávajúce z nákupu/predaja binárnych put opcií typu cash-or-nothing túto opciu. Svoje tvrdenie demonštrujte pomocou bilancie výplat opcií v čase splatností opcií pre rôzne hodnoty ceny podkladového aktíva, ako aj bilancie výplat držiteľa zostrojeného portfólia v tomto čase a pre rôzne hodnoty ceny podkladového aktíva. Na princípe žiadna arbitráž porovnajte súčasnú hodnotu opcie typu super share so súčasnou hodnotou zostrojeného portfólia. Rovnajú sa?