

## DOMÁCA ÚLOHA č. 2

**a)** Vypočítajte súčasnú hodnotu (cenu v čase 0)  $P_0$  akcie, ktorá nasledujúci rok prinesie dividendu  $D_1 = D = 1$  p.j., ktorá počas ďalších piatich rokov porastie rýchlosťou rastu  $G = 0,2$  a od siedmeho roka počnúc táto rýchlosť klesne na  $g = 0,1$ . Uvažujte  $r = 0,15$ . Výsledok zaokrúhlite na tri desatinné miesta. **(5 b.)**

**Riešenie:**

Využijúc vzťah na výpočet ceny akcie v čase 0:

$$P_0 = \frac{D}{r - G} \left( 1 - \left( \frac{G - g}{r - G} \right) \left( \frac{1 + G}{1 + r} \right)^{n-1} \right)$$

kde  $n = 6$ , dostávame:

$$P_0 = \frac{1 \text{ p.j.}}{(-0,05)} \left( 1 - \frac{0,1}{0,05} \left( \frac{1,2}{1,15} \right)^5 \right) \doteq 29,485 \text{ p.j.}$$

Súčasná hodnota (cena) akcie je približne 29,485 p.j.

**b)** Uvažujte trh s tromi rizikovými cennými papiermi  $\alpha, \beta, \gamma$  takými, že ich očakávané výnosové percentá (výnosnosti) a smerodajné odchýlky (rizikovosti) sú nasledujúce:

|                                         | výnosnosť            | rizikovosť                 |
|-----------------------------------------|----------------------|----------------------------|
| <b>Cenný papier <math>\alpha</math></b> | $\bar{r}_\alpha = 4$ | $\sigma_\alpha = \sqrt{5}$ |
| <b>Cenný papier <math>\beta</math></b>  | $\bar{r}_\beta = 5$  | $\sigma_\beta = 3$         |
| <b>Cenný papier <math>\gamma</math></b> | $\bar{r}_\gamma = 9$ | $\sigma_\gamma = 4$        |

Nech kovariančná matica  $Q$  výnosov cenných papierov (ktorej prvky sú uvádzané v percentách na druhú) je:

$$Q = \begin{pmatrix} \sigma_\alpha^2 & \sigma_{\alpha\beta} & \sigma_{\alpha\gamma} \\ \sigma_{\alpha\beta} & \sigma_\beta^2 & \sigma_{\beta\gamma} \\ \sigma_{\alpha\gamma} & \sigma_{\beta\gamma} & \sigma_\gamma^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -6 & -4 \\ -6 & 9 & 0 \\ -4 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

Nájdite nezáporné váhy  $x_\alpha^*, x_\beta^*, x_\gamma^*$ , spĺňajúce  $x_\alpha^* + x_\beta^* + x_\gamma^* = 1$ , cenných papierov  $\alpha, \beta, \gamma$  v arbitrážnom portfóliu, t.j. v portfóliu s nulovou rizikovosťou a kladnou výnosnosťou  $\bar{r}^*$  (ak také na tomto trhu existuje). Vypočítajte  $\bar{r}^*$ . **(5 b.)**

**Riešenie:**

Označme  $\vec{x}_* = (x_\alpha^*, x_\beta^*, x_\gamma^*)^T$ . Potom váhy arbitrážneho portfólia musia okrem vzťahu

$$x_\alpha^* + x_\beta^* + x_\gamma^* = 1 \tag{1}$$

spĺňať

$$Q\vec{x}_* = \vec{0}. \tag{2}$$

Vyriešme sústavu lineárnych rovníc (2), dostaneme:

$$x_\beta^* = \frac{2}{3}x_\alpha^*, x_\gamma^* = \frac{1}{4}x_\alpha^*, \text{ kde } x_\alpha^* \geq 0.$$

Dosadením do (1) získame:

$$x_\alpha^* = \frac{12}{23}, x_\beta^* = \frac{8}{23}, x_\gamma^* = \frac{3}{23}.$$

Našli sme váhy arbitrážneho portfólia. Jeho výnosnosť je

$$\bar{r}^* = \bar{r}_\alpha x_\alpha^* + \bar{r}_\beta x_\beta^* + \bar{r}_\gamma x_\gamma^* = \frac{12}{23}(4\%) + \frac{8}{23}(5\%) + \frac{3}{23}(9\%) = 5\%.$$

**c)** Uvažujte trh s dvoma rizikovými cennými papiermi  $\alpha, \beta$  takými, že ich očakávané výnosové percentá (výnosnosti) a smerodajné odchýlky (rizikovosti) sú nasledujúce:

|                                         | výnosnosť            | rizikovosť          |
|-----------------------------------------|----------------------|---------------------|
| <b>Cenný papier <math>\alpha</math></b> | $\bar{r}_\alpha = 3$ | $\sigma_\alpha = 1$ |
| <b>Cenný papier <math>\beta</math></b>  | $\bar{r}_\beta = 7$  | $\sigma_\beta = 4$  |

Nech korelačný koeficient výnosových mier cenných papierov  $\alpha, \beta$  je  $\rho_{\alpha\beta} = 0$ . Vypočítajte kovarianciu  $\sigma_{\alpha\beta}$  výnosových mier cenných papierov  $\alpha$  a  $\beta$ . Zistite výnosnosť  $\bar{r}$  a rizikovosť  $\sigma$  portfólia pozostávajúceho z cenných papierov  $\alpha, \beta$ , ak váha cenného papiera  $\beta$  v portfóliu  $x_\beta = 0,125$  a súčet váh dáva hodnotu 1. Rozhodnite, či je takéto portfólio arbitrážne. (**5 b.**)

**Riešenie:**

Ak  $\rho_{\alpha\beta} = 0$ , potom kovariancia  $\sigma_{\alpha\beta}$  výnosových mier cenných papierov  $\alpha, \beta$ :

$$\sigma_{\alpha\beta} = \rho_{\alpha\beta}\sigma_\alpha\sigma_\beta = 0.$$

Keďže  $x_\beta = 0,125$  a  $x_\alpha + x_\beta = 1$ , tak

$$x_\alpha = 1 - x_\beta = 0,875.$$

Pretože výnosnosť portfólia  $\bar{r}$  dostaneme zo vzťahu:

$$\bar{r} = x_\alpha\bar{r}_\alpha + x_\beta\bar{r}_\beta,$$

tak  $\bar{r} = 3,5\%$ .

Vychádzajúc zo vzťahu pre rizikovosť portfólia:

$$\sigma = \sqrt{x_\alpha^2\sigma_\alpha^2 + 2\sigma_{\alpha\beta}x_\alpha x_\beta + x_\beta^2\sigma_\beta^2}$$

máme:

$$\sigma = \sqrt{(0,875)^2 + 0 + 16(0,125)^2} = \sqrt{\frac{65}{64}} = \frac{\sqrt{65}}{8} \neq 0,$$

kde výsledok je uvádzaný v percentách. Portfólio síce poskytuje kladnú výnosnosť, ale pri nenulovej rizikivosti a preto nejde o arbitrážne portfólio.