

ÚLOHY NA PRECVIČOVANIE

1 Úrokovanie

Úloha 1.1. Určte veľkosť úroku a budúcu hodnotu kapitálu 200 p.j. úročenom jednoduchým úrokováním tri roky pri ročnej úrokovej sadzbe 0,04.

[Výsledok: $u_3 = 24$ p.j., $K_3 = 224$ p.j.]

Úloha 1.2. Vklad v banke v hodnote 1000 p.j. priniesol pri jednoduchom úrokovaní za polroka úrok 15 p.j. Na akú ročnú úrokovú mieru bol uložený?

[Výsledok: $p = 3\%$ p.a.]

Úloha 1.3. Za ako dlho pri jednoduchom úrokovaní prinesie vklad 800 p.j. pri 2%-nej ročnej úrokovej miere úrok 12 p.j.?

[Výsledok: $n = \frac{3}{4}$]

Úloha 1.4. Banka poskytuje na termínovaných vkladoch 6%-ný ročný úrok počítaný jednoduchým úrokováním. Akú sumu je potrebné teraz vložiť do banky, aby za jeden a pol roka priniesla kapitál 2180 p.j.?

[Výsledok: $K_0 = 2000$ p.j.]

Úloha 1.5. Vypočítajte úrok z istiny 36500 p.j. počítaný jednoduchým úrokováním pri ročnej úrokovej sadzbe $r = 0,01$ za obdobie od 16.3. do 21.11. v neprestupnom roku.

[Výsledok: $u_{\frac{50}{73}} = 250$ p.j.]

Úloha 1.6. Uvažujte dva cenné papiere A a B s budúcou hodnotou 492 p.j., resp. 495 p.j., ktoré sú splatné 14.5., resp. 14.6. toho istého neprestupného roku pri rovnakej ročnej úrokovej sadzbe $r = 0,073$ a jednoduchom úrokovaní. Určte dátum ekvivalencie cenných papierov, t.j. dátum, v ktorom majú rovnakú hodnotu.

[Výsledok: 19.2.]

Úloha 1.7. Nájdite budúcu hodnotu kapitálu 1000 p.j. po 5 rokoch vloženého na účet, ktorý poskytuje ročnú úrokovú sadzbu 0,01 pri zloženom úrokovaní raz ročne.

[Výsledok: $K_5 = 1051,01$ p.j.]

Úloha 1.8. Občan si otvoril účet v banke pri $r = 0,03$ p.a. a zloženom úrokovaní raz ročne. Vložil naň 1000 p.j. a po dvoch rokoch vybral z účtu 200 p.j. Akou sumou bude môcť disponovať po ďalších troch rokoch? Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $K_5 \doteq 940,73$ p.j.]

Úloha 1.9. Aká je súčasná hodnota cenného papiera, ktorý pri zloženom úrokovaní raz ročne poskytuje úrokovú sadzbu $r = 0,01$ p.a., ak o 5 rokov vypláca (nominálnu) hodnotu 1500 p.j.?

Výsledok zaokrúhlite na jedno desatinné miesto.

[Výsledok: $K_0 \doteq 1427,2$ p.j.]

Úloha 1.10. Pri akej ročnej úrokovej sadzbe je úročený vklad 100 p.j. na termínovanom účte v banke, ak za 2 roky pri zloženom úrokovaní raz ročne vzrastie na 121 p.j.?

[Výsledok: $r = 0,1$]

Úloha 1.11. Uvažujte 6% ročnú úrokovú mieru. Koľko rokov (zaokrúhlene na celé roky) je pri tejto úrokovej miere potrebné zloženým úrokováním raz ročne úročiť kapitál $K_0 > 0$ p.j., aby vzrástol na dvojnásobok?

[Výsledok: $n \doteq 12$]

Úloha 1.12. *Aspoň aká (zaokrúhlite na tri desatinné miesta) musí byť ročná úroková miera, aby sa pri tejto úrokovej miere zloženým úrokováním raz ročne kapitál $K_0 > 0$ p.j. zúročil na svoj dvojnásobok za nie viac ako 9 rokov?*

[Výsledok: $p \geq 8,006 \%$]

Úloha 1.13. *Dlžník má zaplatiť veriteľovi dve dlžoby 2000 p.j. za 3 roky a 2600 p.j. za 6 rokov pri dohodnutej ročnej úrokovej sadzbe $r = 0,02$ a zloženom úrokovaní raz ročne. Po čase si to dlžník rozmyslel a chce zaplatiť obe dlžoby jednou splátkou po 5 rokoch. Veriteľ súhlasí. Aká je hodnota X tejto splátky? Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.*

[Výsledok: $X \doteq 4629,82$ p.j.]

Úloha 1.14. *Uvažujte rovnaké dlžoby a podmienky ich uhradenia ako v úvode úlohy 1.13. Predpokladajte, že teraz chce dlžník vyrovnať dlh dvoma rovnako vysokými splátkami po druhom a štvrtom roku. Určte ich výšku X . Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.*

[Výsledok: $X \doteq 2224,58$ p.j.]

Úloha 1.15. *Určte budúcu hodnotu kapitálu 1600 p.j. úročenom zloženým úrokováním mesačne po dobu 5 rokov pri nominálnej (ročnej) úrokovej sadzbe 0,03. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.*

[Výsledok: $K_5 \doteq 1858,59$ p.j.]

Úloha 1.16. *Za ako dlho sa občanovi zvýši vklad na účte v banke zo sumy 1000 p.j. na 1010 p.j., ak banka poskytuje ročnú úrokovú sadzbu 0,04 pri štyroch konverziách ročne?*

[Výsledok: $n = \frac{1}{4}$]

Úloha 1.17. *Určte nominálnu (ročnú) úrokovú sadzbu, pri ktorej za 3 mesiace narastie vklad zo sumy 10000 p.j. na 10050 p.j. pri štyroch konverziách ročne.*

[Výsledok: $r = 0,02$]

Úloha 1.18. *Určte počet konverzií m , pri ktorom za jeden rok vzrastie kapitál 10000 p.j. na 10404 p.j. pri zloženom úrokovaní m -krát ročne a ročnej úrokovej sadzbe $r = 0,02m$. Aká je ročná úroková sadzba?*

[Výsledok: $m = 2, r = 0,04$]

Úloha 1.19. *Veriteľ požičal dlžníkovi 500 p.j. pri nominálnej (ročnej) úrokovej sadzbe 0,08 a štvrtročnom úrokovaní na dobu päť rokov. Neskôr si to dlžník rozmyslel a rozhodol sa dlh splatiť už po dva a pol roku. Veriteľ súhlasí avšak len pri zmene úrokovej sadzby na 0,075 p.a. pri odúročení (diskontovaní) budúcej hodnoty dlhu o dva a pol roka späť. Koľko zaplatí dlžník veriteľovi po dva a pol roku? Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.*

[Výsledok: $K_{2,5} \doteq 617,02$ p.j.]

Úloha 1.20. *Uvažujte rovnaký dlh a podmienky jeho uhradenia ako zo začiatku úlohy 1.19 s tým rozdielom, že veriteľ súhlasí s uhradením dlžoby už po 2,5 roku pri nezmenenej úrokovej sadzbe, ale so zmenou úročenia na polročné pri diskontovaní budúceho dlhu. Koľko zaplatí dlžník veriteľovi po 2,5 roku? Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.*

[Výsledok: $K_{2,5} \doteq 610,67$ p.j.]

Úloha 1.21. *Nájdite budúcu hodnotu kapitálu 1000 p.j. po 3 rokoch vloženého na účet, ktorý poskytuje spojitú úrokovú sadzbu 0,01. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.*

[Výsledok: $K_3 \doteq 1030,45$ p.j.]

Úloha 1.22. *Určte súčasnú hodnotu kapitálu úročeného štyri roky pri 2% spožitej úrokovej miere, ak sa za tú dobu zhodnotil na 900 p.j. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.*

[Výsledok: $K_0 \doteq 830,80$ p.j.]

Úloha 1.23. *Určte spojitú úrokovú sadzbu, pri ktorej za dva roky a tri mesiace vzrástla hodnota kapitálu z 1000 p.j. na 1090 p.j. Výsledok zaokrúhlite na štyri desatinné miesta.*

[Výsledok: $R \doteq 0,0383$]

Úloha 1.24. Za ako dlho vzrastie kapitál 625 p.j. úročený pri spojitý úrokovej sadzbe $R = \ln(1,2)$ na 900 p.j.?

[Výsledok: $n = 2$]

Úloha 1.25. Súčasná hodnota dvoch pôžičiek spolu je 21930 p.j. Prvá pôžička vo výške 10000 p.j. je splatná za dva roky. Druhá pôžička vo výške 15000 p.j. je splatná za štyri roky. Určte spojitú úrokovú sadzbu, pri ktorej sú obe úročené. Výsledok zaokrúhlite na štyri desatinné miesta.

[Výsledok: $R \doteq 0,0412$]

Úloha 1.26. Nájdite diskretnú úrokovú sadzbu r , pri ktorej za tri roky vzrastie hodnota kapitálu z 1000 p.j. na 1331 p.j. Určte r riešením ekvivalentnej úlohy spojitého úrokovania.

[Výsledok: $r = 0,1$]

2 Dlhopisy

Úloha 2.1. Uvažujte nasledujúcu štruktúru diskretných úrokových sadzieb:

obdobie	1 rok	2 roky	3 roky	4 roky
úroková sadzba	$r_1 = 0,002$	$r_2 = 0,006$	$r_3 = 0,011$	$r_4 = 0,018$

Vypočítajte súčasnú hodnotu B_D bezkupónového dlhopisu D s dobou splatnosti 3 roky a nominálnou hodnotou $F = 1000$ p.j. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

Vypočítajte súčasnú hodnotu V_E kupónového dlhopisu E s maturitou 4 roky a nominálnou hodnotou $F = 1000$ p.j., ktorý vypláca pravidelný ročný kupón vo výške 4% z nominálu (t.j. ročná kupónová sadzba $c = 0,04$). Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $B_D \doteq 967,71$ p.j., $V_E \doteq 1086,53$ p.j.]

Úloha 2.2. Uvažujte dlhopisový trh s časovou štruktúrou diskretných úrokových sadzieb z úlohy 2.1. Určte spojitú úrokovú sadzbu R_n na obdobie $n = 1, 2, 3, 4$ rokov a s takto získanými hodnotami vypočítajte súčasnú hodnotu B_D bezkupónového dlhopisu D s dobou splatnosti 3 roky a nominálnou hodnotou $F = 1000$ p.j. a súčasnú hodnotu V_E kupónového dlhopisu E s maturitou 4 roky a nominálnou hodnotou $F = 1000$ p.j., ktorý vypláca pravidelný ročný kupón vo výške 4% z nominálu.

[Výsledok: $R_1 = \ln(1 + r_1) \doteq 0,002$, $R_2 = \ln(1 + r_2) \doteq 0,006$, $R_3 = \ln(1 + r_3) \doteq 0,011$, $R_4 = \ln(1 + r_4) \doteq 0,018$, $B_D \doteq 967,71$ p.j., $V_E \doteq 1086,53$ p.j.]

Úloha 2.3. Uvažujte dvojročný kupónový dlhopis, ktorý každoročne vypláca kupón vo výške 3% z nominálu $F = 100$ p.j. Nech spojitú ročnú úrokovú sadzbu na jednotlivé obdobia sú $R_1 = 0,0067$, $R_2 = 0,0197$, kde dolný index pri každom R značí dĺžku obdobia v rokoch. Vypočítajte súčasnú hodnotu V_2 tohto dlhopisu. Výsledok zaokrúhlite na celé čísla.

[Výsledok: $V_2 \doteq 102$ p.j.]

Úloha 2.4. Uvažujte dvojročný kupónový dlhopis so súčasnou hodnotou $V_2 = 103$ p.j., ktorý každoročne vypláca kupón vo výške 4% z nominálu F p.j. Nech spojitú ročnú úrokovú sadzbu na jednotlivé obdobia sú $R_1 = 0,0218$, $R_2 = 0,0242$, kde dolný index pri každom R značí dĺžku obdobia v rokoch. Určte F . Výsledok zaokrúhlite na celé čísla.

[Výsledok: $F \doteq 100$ p.j.]

Úloha 2.5. Uvažujte nasledujúcu štruktúru spojitých úrokových sadzieb:

obdobie	štvrtrok	polrok	trištvrtroka	rok	rok a štvrt'
sadzba	$R_{0,25} = 0,001$	$R_{0,5} = 0,002$	$R_{0,75} = 0,004$	$R_1 = 0,007$	$R_{1,25} = 0,012$

Vypočítajte súčasnú hodnotu $V_{1,25}$ kupónového dlhopisu s dobou splatnosti jeden a štvrt' roka a nominálnou hodnotou $F = 10000$ p.j., ktorý každý štvrt'rok vypláca pravidelný kupón vo výške 4% z nominálu ročne (t.j. ročná kupónová sadzba $c = 0,04$). Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $V_{1,25} \doteq 10348,51$ p.j.]

Úloha 2.6. Uvažujte dvojročný kupónový dlhopis, ktorý každoročne vypláca kupón vo výške 3% z nominálu $F = 110$ p.j. Nech spojité ročné úrokové sadzby na jednotlivé obdobia sú R_1 a $R_2 = 0,0251$, kde dolný index pri každom R značí dĺžku obdobia v rokoch. Určte hornú hranicu M (zaokrúhlenú na tri desatinné miesta) pre hodnotu R_1 tak, aby pre $R_1 \leq M$ platilo, že súčasná hodnota dlhopisu V_2 je väčšia alebo rovná 111 p.j.

[Výsledok: $R_1 \leq M \doteq 0,016$]

Úloha 2.7. Uvažujte dvojročný kupónový dlhopis, ktorý každoročne vypláca kupón vo výške 4% z nominálu $F = 110$ p.j. Nech spojité ročné úrokové sadzby na jednotlivé obdobia sú $R_1 = 0,0253$ a R_2 , kde dolný index pri každom R značí dĺžku obdobia v rokoch. Určte hornú hranicu M (zaokrúhlenú na štyri desatinné miesta) pre hodnotu R_2 tak, aby pre $R_2 \leq M$ platilo, že súčasná hodnota dlhopisu V_2 je väčšia alebo rovná 113 p.j.

[Výsledok: $R_2 \leq M \doteq 0,0255$]

Úloha 2.8. Vypočítajte, akú ročnú kupónovú sadzbu c poskytuje dvojročný kupónový dlhopis s nominálnou hodnotou $F = 100$ p.j., ak jeho súčasná hodnota $V_2 = 104$ p.j. a diskrétné ročné úrokové sadzby na jednotlivé obdobia sú $r_1 = 0,0101$, $r_2 = 0,0196$, kde dolný index pri každom r značí dĺžku obdobia v rokoch. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $c \doteq 0,04$]

Úloha 2.9. Uvažujte trh so štyrmi bezkupónovými dlhopismi s rovnakou nominálnou hodnotou $F = 10$ p.j., ale s rôznou dobou splatnosti. Nech B_n označuje súčasnú hodnotu dlhopisu D_n s dobou splatnosti n rokov, kde $n = 1, 2, 3, 4$. Vypočítajte diskrétné (ročné) úrokové sadzby r_n na jednotlivé obdobia n rokov, kde $n = 1, 2, 3, 4$, a spojité úrokové sadzby R_n na jednotlivé obdobia n rokov, kde $n = 1, 2, 3, 4$, ak:

dlhopis	súčasná hodnota
D_1	$B_1 = 9,987$ p.j.
D_2	$B_2 = 9,912$ p.j.
D_3	$B_3 = 9,831$ p.j.
D_4	$B_4 = 9,727$ p.j.

Výsledky zaokrúhlite na štyri desatinné miesta.

[Výsledok: $r_1 \doteq 0,0013$, $r_2 \doteq 0,0044$, $r_3 \doteq 0,0057$, $r_4 \doteq 0,0069$, $R_1 = \ln(1 + r_1) \doteq 0,0013$, $R_2 = \ln(1 + r_2) \doteq 0,0044$, $R_3 = \ln(1 + r_3) \doteq 0,0057$, $R_4 = \ln(1 + r_4) \doteq 0,0069$]

Úloha 2.10. Uvažujte, že na trhu s dlhopismi z úlohy 2.9 sa nachádza kupónový dlhopis D s nominálnou hodnotou 1000 p.j. a maturitou 4 roky, ktorý vypláca ročný kupón vo výške 5% z nominálu. Určte jeho súčasnú hodnotu V_4 .

[Výsledok: $V_4 = 1169,985$ p.j.]

Úloha 2.11. Majme trh s nasledujúcimi dlhopismi:

dlhopis	súčasná hodnota	splatnosť	ročný kupón	nominálna hodnota
D_1	97 p.j.	1 rok	0 p.j.	100 p.j.
D_2	93 p.j.	2 roky	0 p.j.	100 p.j.
D_3	89 p.j.	3 roky	0 p.j.	100 p.j.

Uvažujte, že na tomto trhu sa nachádza kupónový dlhopis D s nominálnou hodnotou 100 p.j. a trojročnou maturitou, ktorý každý rok vypláca ročný kupón vo výške 4% z nominálu a ktorého cena je 100 p.j. Ukážte, že dlhopis D nie je cenovo kompatibilný s ostatnými dlhopismi na tomto trhu a teda je možné vytvoriť arbitrážnu príležitosť. Za tým účelom vytvorte replikačné portfólio pozostávajúce z dlhopisov D_1 , D_2 a D_3 , ktoré replikuje vlastnosti dlhopisu D , t.j. poskytuje v rovnakých časoch rovnaké výplaty ako dlhopis D . Určte zastúpenie (v počtoch kusov) x_1 , x_2 a x_3 dlhopisov D_1 , D_2 a D_3 v skladbe portfólia. Akým spôsobom by mohol investor na arbitráži na tomto trhu zbohatnúť? Aká by mala byť bezarbitrážna súčasná hodnota (cena) V_D dlhopisu D ?

[Výsledok: $x_1 = \frac{1}{25}$, $x_2 = \frac{1}{25}$, $x_3 = \frac{26}{25}$, cena replikačného portfólia = 100,16 p.j. = V_D , arbitráž: predaj x kusov replikačného portfólia a kúpiť x kusov dlhopisu D , ak napr. $x = 2500$, potom okamžitý zisk investora je 400 p.j. a všetky budúce hotovostné toky sa vynulujú.]

Úloha 2.12. Majme trh s nasledujúcimi dlhopismi:

dlhopis	súčasná hodnota	splatnosť	ročný kupón	nominálna hodnota
D_1	98 p.j.	1 rok	0	100 p.j.
D_2	96 p.j.	2 roky	0	100 p.j.
D_3	99 p.j.	3 roky	3%	100 p.j.

Uvažujte, že na tomto trhu sa nachádza bezkupónový dlhopis D s nominálnou hodnotou 100 p.j. a trojročnou maturitou, ktorého cena je 92 p.j. Ukážte, že dlhopis D nie je cenovo kompatibilný s ostatnými dlhopismi na tomto trhu a teda je možné vytvoriť arbitrážnu príležitosť. Za tým účelom vytvorte replikačné portfólio pozostávajúce z dlhopisov D_1 , D_2 a D_3 , ktoré replikuje vlastnosti dlhopisu D , t.j. poskytuje v rovnakých časoch rovnaké výplaty ako dlhopis D . Určte zastúpenie (v počtoch kusov) x_1 , x_2 a x_3 dlhopisov D_1 , D_2 a D_3 v skladbe portfólia. Akým spôsobom by mohol investor na arbitráži na tomto trhu zbohatnúť? Aká by mala byť bezarbitrážna súčasná hodnota (cena) B_D dlhopisu D ?

[Výsledok: $x_1 = \frac{-3}{103}$, $x_2 = \frac{-3}{103}$, $x_3 = \frac{100}{103}$, cena replikačného portfólia = $\frac{9318}{103} \doteq 90,47$ p.j. = B_D , arbitráž: predaj x kusov dlhopisu D a kúpiť x kusov replikačného portfólia, tzn. nakúpiť $x \frac{100}{103}$ kusov dlhopisu D_3 a predaj po $x \frac{3}{103}$ kusoch dlhopisu D_1 a D_2 , ak napr. $x = 103$, potom okamžitý zisk investora je 158 p.j. a všetky budúce hotovostné toky sa vynulujú.]

Úloha 2.13. Uvažujte dvojročný kupónový dlhopis so súčasnou hodnotou $V_2 = 105$ p.j., ktorý každoročne vypláca kupón vo výške 5% z nominálu $F = 100$ p.j. Vypočítajte výnos do splatnosti $y > 0$ tohto dlhopisu za predpokladu, že sa úročí zloženým úrokováním raz ročne. Výsledok zaokrúhlite na tri desatinné miesta.

[Výsledok: $y \doteq 0,024$]

Úloha 2.14. Uvažujte dvojročný kupónový dlhopis so súčasnou hodnotou V_2 p.j. rovnou nominálnej hodnote dlhopisu F , Predpokladajte, že dlhopis vypláca raz ročne kupón vo výške 5% z nominálu F p.j. Vypočítajte výnos do splatnosti $y > 0$ tohto dlhopisu za predpokladu, že sa úročí zloženým úrokováním raz ročne.

[Výsledok: $y = 0,05$]

Úloha 2.15. Uvažujte dvojročný kupónový dlhopis so súčasnou hodnotou V_2 p.j. rovnou nominálnej hodnote dlhopisu F , Predpokladajte, že dlhopis vypláca raz ročne kupón vo výške 5% z nominálu F p.j. Vypočítajte výnos do splatnosti $y > 0$ tohto dlhopisu za predpokladu, že sa úročí spojitým úrokováním. Výsledok zaokrúhlite na štyri desatinné miesta.

[Výsledok: $y = \ln(1,05) \doteq 0,0488$]

Úloha 2.16. Uvažujte trojročný kupónový dlhopis so súčasnou hodnotou $V_3 = 104$ p.j., ktorý každoročne vypláca kupón vo výške 2% z nominálu $F = 100$ p.j. Vypočítajte výnos do splatnosti $y > 0$ tohto dlhopisu za predpokladu, že sa úročí zloženým úrokováním raz ročne. Výsledok zaokrúhlite na štyri desatinné miesta.

[Výsledok: $y \doteq 0,0065$]

3 Akcie

Úloha 3.1. Nájdite súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) P_0 akcie, ktorá vypláca konštantnú dividendu $D = 4$ p.j. ročne a ktorej výnosová sadzba $r = 0,05$.

[Výsledok: $P_0 = 80$ p.j.]

Úloha 3.2. Vypočítajte výnosovú sadzbu (mieru) r akcie, ktorá vypláca konštantnú dividendu $D = 7$ p.j. ročne a ktorej súčasná hodnota (cena v čase 0) je 100 p.j.

[Výsledok: $r = 0,07$]

Úloha 3.3. Nájdite súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) P_0 akcie, ktorá vypláca v roku 1 dividendu vo výške $D_1 = D = 1$ p.j., jej výnosová sadzba $r = 0,1$ a očakávaná miera rastu dividendy $g = 0,06$.

[Výsledok: $P_0 = 25$ p.j.]

Úloha 3.4. Vypočítajte výnosovú sadzbu (mieru) r akcie, ktorej súčasná hodnota (cena v čase 0) $P_0 = 25$ p.j., pričom akcia vypláca v roku 1 dividendu vo výške $D_1 = D = 2$ p.j. a očakávaná miera rastu dividendy $g = 0,03$.

[Výsledok: $r = 0,11$]

Úloha 3.5. Uvažujte akciu, ktorej súčasná hodnota (cena v čase 0) $P_0 = 25$ p.j. Určte výšku dividendy D , ktorú akcia vypláca v roku 1, ak výnosová miera akcie $r = 0,12$ a očakávaná miera rastu dividendy akcie $g = 0,02$.

[Výsledok: $D = 2,5$ p.j.]

Úloha 3.6. Vypočítajte očakávanú mieru rastu g dividendy akcie, ktorej súčasná hodnota (cena v čase 0) $P_0 = 25$ p.j., pričom akcia vypláca v roku 1 dividendu vo výške $D_1 = D = 2$ p.j. a výnosová miera akcie $r = 0,12$.

[Výsledok: $g = 0,04$]

Úloha 3.7. Uvažujte akciu, ktorej súčasná hodnota (cena v čase 0) $P_0 = 50$ p.j. a ktorá vypláca v roku 1 dividendu vo výške $D_1 = D = 5$ p.j. Vypočítajte výnosovú sadzbu (mieru) r akcie, ak aktivačný pomer je $b = 0,5$ a návratnosť vlastného kapitálu $ROE = 0,08$.

[Výsledok: $r = 0,14$]

Úloha 3.8. Nájdite súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) P_0 akcie, ktorá v nasledujúcich troch rokoch neprinesie žiadnu dividendu, na konci štvrtého roku vyplatí dividendu vo výške 2 p.j. a v ďalších rokoch porastie dividendy konštantným tempom rastu $g = 0,06$. Uvažujte mieru trhovej kapitalizácie $r = 0,1$. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $P_0 \doteq 37,57$ p.j.]

Úloha 3.9. Vypočítajte súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) P_0 akcie, ktorá nasledujúci rok prinesie dividendu $D_1 = D = 1$ p.j., ktorá počas ďalších troch rokov porastie rýchlosťou rastu $G = 0,1$ a od piateho roka počnúc táto rýchlosť klesne na $g = 0,06$. Uvažujte $r = 0,15$. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $P_0 \doteq 12,22$ p.j.]

Úloha 3.10. Vypočítajte súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) P_0 akcie, ktorá nasledujúci rok prinesie dividendu $D_1 = D = 2$ p.j., ktorá počas ďalších štyroch rokov porastie rýchlosťou rastu $G = 0,2$ a od šiesteho roka počnúc táto rýchlosť klesne na $g = 0,1$. Uvažujte $r = 0,2$. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $P_0 \doteq 26,67$ p.j.]

Úloha 3.11. Vypočítajte súčasnú hodnotu (cenu v čase 0) P_0 akcie, ktorá nasledujúci rok prinesie dividendu $D_1 = D = 6$ p.j., ktorá počas ďalších štyroch rokov porastie rýchlosťou rastu $G = 0,2$ a od šiesteho roka počnúc táto rýchlosť klesne na $g = 0,03$. Uvažujte $r = 0,15$. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $P_0 \doteq 81,55$ p.j.]

Úloha 3.12. Uvažujte bezdividendovú akciu A , ktorej súčasná cena je 20 p.j. Predpokladajte, že investor bude držať túto akciu v období dĺžky rovnjej 1 jednotka času a potom ju predá za cenu P_A , ktorá s pravdepodobnosťou $p_1 = \frac{1}{4}$ pri nastaní udalosti $\mathcal{U}_1$ bude 28 p.j., s pravdepodobnosťou $p_2 = \frac{1}{2}$ pri nastaní udalosti $\mathcal{U}_2$ bude 20 p.j. a s pravdepodobnosťou $p_3 = \frac{1}{4}$ pri nastaní udalosti $\mathcal{U}_3$ bude 16 p.j. Vypočítajte očakávanú (strednú) hodnotu ceny P_A a riziko ohľadom týchto očakávaní, teda smerodajnú odchýlku P_A (výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta).

[Výsledok: $\bar{P}_A = 21$ p.j., $\sigma_{P_A} \doteq 4,36$ p.j.]

Úloha 3.13. Uvažujte bezdividendovú akciu B , ktorej súčasná cena je 50 p.j. Predpokladajte, že investor bude držať túto akciu v období dĺžky rovnjej 1 jednotka času a potom ju predá za cenu P_B , ktorá s pravdepodobnosťou $p_1 = \frac{1}{4}$ pri nastaní udalosti $\mathcal{U}_1$ bude 44 p.j., s pravdepodobnosťou $p_2 = \frac{1}{2}$ pri nastaní udalosti $\mathcal{U}_2$ bude 50 p.j. a s pravdepodobnosťou $p_3 = \frac{1}{4}$ pri nastaní udalosti $\mathcal{U}_3$ bude 56 p.j. Vypočítajte očakávanú (strednú) hodnotu ceny P_B a riziko ohľadom týchto očakávaní, teda smerodajnú odchýlku P_B (výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta).

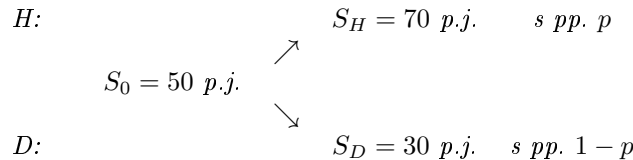
[Výsledok: $\bar{P}_B = 50$ p.j., $\sigma_{P_B} \doteq 4,24$ p.j.]

Úloha 3.14. Vypočítajte kovarianciu $\sigma_{P_A P_B}$ a korelačný koeficient $\rho_{P_A P_B}$ (výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta) cien akcií A a B z úloh 3.12, resp. 3.13.

[Výsledok: $\sigma_{P_A P_B} = -18(p.j.)^2$, $\rho_{P_A P_B} \doteq -0,97$]

4 Deriváty

Úloha 4.1. Uvažujte európsku kúpnu opciu na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti T rovnou dvom týždňom a realizačnou cenou $K = 50$ p.j., pričom cena akcie dnes (v čase 0) je $S_0 = 50$ p.j. a vývoj ceny akcie sa nachádza na jednoduchom binárnom strome, kde na cenu akcie za dobu T majú vplyv dve náhodné udalosti H a D tak, že:



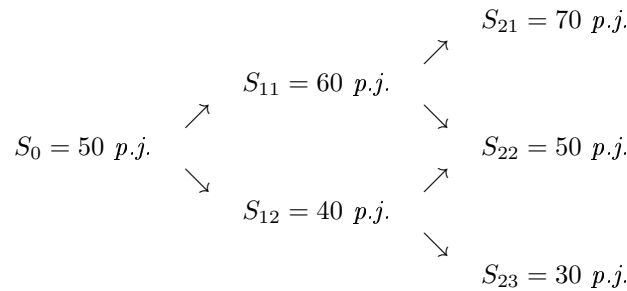
Nech spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0$ je konštantná počas obdobia T . Na princípe žiadna arbitráž určte súčasnú cenu tejto opcie C_0^E .

[Výsledok: $C_0^E = 10$ p.j.]

Úloha 4.2. Uvažujte európsku predajnú opciu na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti T rovnou dvom týždňom a realizačnou cenou $K = 50$ p.j., pričom cenový vývoj akcie je rovnaký ako v úlohe 4.1. Uvažujte, že spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0$ je konštantná počas obdobia T . Na princípe žiadna arbitráž určte súčasnú cenu tejto opcie P_0^E .

[Výsledok: $P_0^E = 10$ p.j.]

Úloha 4.3. Bezarbitrážnym oceňovaním ohodnoťte európsku predajnú opciu na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti $T = \frac{2}{3}$ roka a realizačnou cenou $K = 50$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,03$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je na nasledujúcom binárnom strome:



kde prvá zmena ceny akcie nastane v čase $\Delta T = \frac{1}{3}$ roka a druhá zmena nastane o ďalšiu tretinu roka neskôr. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $P_0^E = (150e^{-0,02} - 245e^{-0,01} + 100)$ p.j. $\doteq 4,47$ p.j.]

Úloha 4.4. Bezarbitrážnym oceňovaním ohodnoťte európsku kúpnu opciu na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti $T = \frac{2}{3}$ roka a realizačnou cenou $K = 50$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,03$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je rovnaký ako v úlohe 4.3. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $C_0^E = (100e^{-0,02} - 245e^{-0,01} + 150)$ p.j. $\doteq 5,46$ p.j.]

Úloha 4.5. Bezarbitrážnym oceňovaním určte súčasnú hodnotu európskej kúpnej aj predajnej opcie na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti T rovnou 10 dní a realizačnou cenou $K = 30$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,0002$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je možné zobrazit na strome s 240-timi časovými krokmi dĺžky

jednej hodiny a s hodnotou akcie v počiatočnom uzle rovnou $S_0 = 100$ p.j., kde na každej vetve stromu platí, že $S_{hore} = 1,001S_{teraz}$ a $S_{dolu} = 0,995S_{teraz}$. Výsledky zaokrúhlite na celé čísla.
[Výsledok: $C_0^E = S_0 - Ke^{-RT} = (100 - 30e^{-0,002/365})$ p.j. $\doteq 70$ p.j., $P_0^E = 0$ p.j.]

Úloha 4.6. Bezarbitrážnym oceňovaním určte súčasnú hodnotu európskej kúpnej aj predajnej opcie na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti T rovnou 10 dní a realizačnou cenou $K = 130$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,0002$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je možné zobrazit na strome s 240-timi časovými krokmi dĺžky jednej hodiny a s hodnotou akcie v počiatočnom uzle rovnou $S_0 = 100$ p.j., kde na každej vetve stromu platí, že $S_{hore} = 1,001S_{teraz}$ a $S_{dolu} = 0,995S_{teraz}$. Výsledky zaokrúhlite na celé čísla.
[Výsledok: $C_0^E = 0$ p.j., $P_0^E = Ke^{-RT} - S_0 = (130e^{-0,002/365} - 100)$ p.j. $\doteq 30$ p.j.]

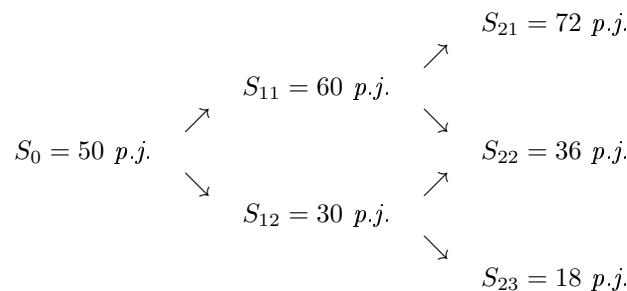
Úloha 4.7. Bezarbitrážnym oceňovaním určte súčasnú hodnotu európskej kúpnej opcie na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti T rovnou 10 dní a realizačnou cenou $K = 109$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,005$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je možné zobrazit na strome s 10-timi časovými krokmi dĺžky jedného dňa a s hodnotou akcie v počiatočnom uzle rovnou $S_0 = 100$ p.j., kde na každej vetve stromu platí, že $S_{hore} = 1,01S_{teraz}$ a $S_{dolu} = 0,99S_{teraz}$. Výsledok zaokrúhlite na tri desatinné miesta.
[Výsledok: $C_0^E = e^{-RT}q^{10}(S_0(1,01)^{10} - K) \doteq 0,001$ p.j., kde q je riziko-neutrálna pravdepodobnosť, rovnaká na každej vetve stromu.]

Úloha 4.8. Bezarbitrážnym oceňovaním určte súčasnú hodnotu európskej predajnej opcie na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti T rovnou 10 dní a realizačnou cenou $K = 94$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,005$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je možné zobrazit na strome s 10-timi časovými krokmi dĺžky jedného dňa a s hodnotou akcie v počiatočnom uzle rovnou $S_0 = 100$ p.j., kde na každej vetve stromu platí, že $S_{hore} = 1,05S_{teraz}$ a $S_{dolu} = 0,99S_{teraz}$. Výsledok zaokrúhlite na tri desatinné miesta.
[Výsledok: $P_0^E = e^{-RT}(1 - q)^{10}(K - S_0(0,99)^{10}) \doteq 0,574$ p.j., kde q je riziko-neutrálna pravdepodobnosť, rovnaká na každej vetve stromu.]

Úloha 4.9. Bezarbitrážnym oceňovaním ohodnoťte americkú predajnú opciu na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti $T = \frac{2}{3}$ roka a realizačnou cenou $K = 50$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,03$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je rovnaký ako v úlohe 4.3. Výsledok zaokrúhlite na jedno desatinné miesto.
[Výsledok: $P_0^A = (30e^{-0,01} - 25)$ p.j. $\doteq 4,7$ p.j.]

Úloha 4.10. Bezarbitrážnym oceňovaním ohodnoťte americkú kúpnu opciu na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti $T = \frac{2}{3}$ roka a realizačnou cenou $K = 50$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,03$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je rovnaký ako v úlohe 4.3. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.
[Výsledok: $C_0^A = C_0^E = (100e^{-0,02} - 245e^{-0,01} + 150)$ p.j. $\doteq 5,46$ p.j.]

Úloha 4.11. Bezarbitrážnym oceňovaním ohodnoťte americkú predajnú opciu na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti $T = \frac{1}{3}$ roka a realizačnou cenou $K = 54$ p.j., ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,06$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je na nasledujúcom binárnom strome:



kde prvá zmena ceny akcie nastane v čase $\Delta T = \frac{1}{6}$ roka a druhá zmena nastane o ďalšiu šestinú roka neskôr. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $P_0^A = (138e^{-0,01} - 36e^{-0,02} - 90) \text{ p.j.} \doteq 11,34 \text{ p.j.}$]

Úloha 4.12. Bezarbitrážnym oceňovaním ohodnotte americkú kúpnu opciu na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti $T = \frac{1}{3}$ roka a realizačnou cenou $K = 30 \text{ p.j.}$, ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,06$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je rovnaký ako v úlohe 4.11. Výsledok zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

[Výsledok: $C_0^A = (\frac{250}{3} + 18e^{-0,02} - 80e^{-0,01}) \text{ p.j.} \doteq 21,77 \text{ p.j.}$]

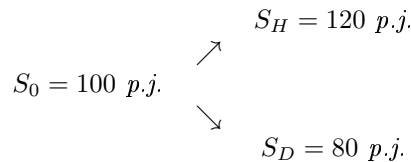
Úloha 4.13. Bezarbitrážnym oceňovaním určte súčasnú hodnotu americkej kúpnej aj predajnej opcie na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti T rovnou 10 dní a realizačnou cenou $K = 30 \text{ p.j.}$, ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,0002$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je možné zobrazit na strome s 240-timi časovými krokmi dĺžky jednej hodiny a s hodnotou akcie v počiatočnom uzle rovnou $S_0 = 100 \text{ p.j.}$, kde na každej vetve stromu platí, že $S_{hore} = 1,001S_{teraz}$ a $S_{dolu} = 0,995S_{teraz}$. Výsledky zaokrúhlite na celé čísla.

[Výsledok: $C_0^A = C_0^E = S_0 - Ke^{-RT} = (100 - 30e^{-0,002/365}) \text{ p.j.} \doteq 70 \text{ p.j.}$, $P_0^A = 0 \text{ p.j.}$]

Úloha 4.14. Bezarbitrážnym oceňovaním určte súčasnú hodnotu americkej kúpnej aj predajnej opcie na akciu nevyplácajúcu dividendy s dobou splatnosti T rovnou 10 dní a realizačnou cenou $K = 130 \text{ p.j.}$, ak spojitá bezriziková úroková sadzba $R = 0,0002$ je počas tohto obdobia nemenná, pričom predpokladaný vývoj ceny akcie je možné zobrazit na strome s 240-timi časovými krokmi dĺžky jednej hodiny a s hodnotou akcie v počiatočnom uzle rovnou $S_0 = 100 \text{ p.j.}$, kde na každej vetve stromu platí, že $S_{hore} = 1,001S_{teraz}$ a $S_{dolu} = 0,995S_{teraz}$.

[Výsledok: $C_0^A = 0 \text{ p.j.}$, $P_0^A = K - S_0 = (130 - 100) \text{ p.j.} = 30 \text{ p.j.}$]

Úloha 4.15. Uvažujte akciu bez dividend ako podkladové aktívum pre európsku kúpnu aj predajnú opciu s dobou splatnosti $T = 1 \text{ č.j.}$ a realizačnou cenou $80 \text{ p.j.} < K < 120 \text{ p.j.}$, ktorej vývoj ceny sa nachádza na nasledujúcom jednoduchom binárnom strome:



Nech spojitá bezriziková úroková sadzba R na obdobie T je konštantná počas obdobia T taká, že $R = 0,05$. Na princípe žiadna arbitráž určte súčasnú cenu $C_0^E(K)$ kúpnej aj $P_0^E(K)$ predajnej opcie v závislosti na hodnote K .

[Výsledok: $C_0^E(K) = (300 - 240e^{-0,05} + K(2e^{-0,05} - 2,5)) \text{ p.j.}$, $P_0^E(K) = (200 - 240e^{-0,05} + K(3e^{-0,05} - 2,5)) \text{ p.j.}$]