

REED-MULLEROVE KÓDY

Otázky

1. Koľko existuje rôznych booleovských funkcií m premenných?
2. Vymenujte všetky termy tretieho stupňa z piatich premenných. Pre $s = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ určte počet termov s -tého stupňa z piatich premenných.
3. Vymenujte všetky indexy i koeficientov q_i v ANF booleovskej funkcie štyroch premenných, ktoré majú normu 0, 1, 2, 3 resp. 4.
4. Ktoré q_i v ANF stupňa najviac tri z piatich premenných vieme okamžite určiť (bez výpočtu)?
5. Koľko existuje rôznych ANF stupňa najviac tri zo štyroch premenných?
6. Existuje nejaký samoduálny Reed-Mullerov kód?
7. Pre zdroj správ, ktorý vysiela 2^{32} správ navrhnete Reed-Mullerov kód tak, aby opravoval aspoň 7 chýb.
8. Navrhnete Reed-Mullerov kód pre zdroj 1000 správ tak, aby opravoval aspoň 30 chýb. Je možné váš návrh vylepšiť, t.j. existuje iný RM-kód s menšou dimenziou než ten, ktorý ste našli?
9. Určte $M(29)$.
10. Ktoré Reed-Mullerove kódy detekujú
 - a) 10 chýb?
 - b) 15 chýb?

Úlohy

1. Určte počet premenných booleovskej funkcie danej vektorom a nájdite jej algebraickú normálnu formu:
 - a) $\langle 0110 \rangle$,
 - b) $\langle 0100 \ 1101 \rangle$,
 - c) $\langle 1101 \ 1111 \ 0001 \ 0010 \rangle$,
 - d) $\langle 1110 \ 0101 \ 0000 \ 1011 \ 1101 \ 0101 \ 0000 \ 1111 \rangle$.Pri hľadaní ANF použite aj rekurzívnu metódu aj priamy výpočet koeficientov ANF pomocou hodnôt f_i .
2. Určte dĺžku, dimenziu a minimálnu vzdialenosť $RM(r, m)$ kódu, počet chýb, ktoré detekuje, resp. opravuje, ak:
 - a) $r = 1, m = 3$,
 - b) $r = 2, m = 3$,
 - c) $r = 1, m = 4$,
 - d) $r = 2, m = 4$,
 - e) $r = 3, m = 4$,
 - f) $r = 1, m = 5$,
 - g) $r = 2, m = 5$,
 - h) $r = 3, m = 5$,
 - i) $r = 4, m = 9$.

V úlohách 3–8 určte, koľko chýb nastalo pri prenose slova, prípadne, či je nutná retransmisia slova.

3. Dekódujte v $RM(1, 3)$ (ak je to možné) tieto slová:
 - a) $\langle 0101\ 1110 \rangle$,
 - b) $\langle 0110\ 0111 \rangle$,
 - c) $\langle 0001\ 0100 \rangle$,
 - d) $\langle 1100\ 1110 \rangle$.
4. Dekódujte v $RM(1, 4)$ (ak je to možné) tieto slová:
 - a) $\langle 1011\ 0110\ 0110\ 1001 \rangle$,
 - b) $\langle 1111\ 0000\ 0101\ 1111 \rangle$.
5. Dekódujte v $RM(2, 4)$ (ak je to možné) tieto slová:
 - a) $\langle 1110\ 0001\ 1010\ 0001 \rangle$,
 - b) $\langle 0101\ 0101\ 0110\ 1010 \rangle$.
6. Dekódujte v $RM(1, 5)$ (ak je to možné) slovo
 $\langle 1000\ 0000\ 1001\ 1011\ 0111\ 0110\ 1111\ 0110 \rangle$.
7. Dekódujte v $RM(2, 5)$ (ak je to možné) slovo
 $\langle 1111\ 0000\ 1010\ 1111\ 1100\ 0011\ 1001\ 0110 \rangle$.
8. Dekódujte v $RM(3, 5)$ (ak je to možné) slovo
 $\langle 1111\ 1111\ 1100\ 1100\ 1111\ 1110\ 1100\ 1001 \rangle$.