

HAMMINGOVE KÓDY

Otázky

1. Ukážte, že Hammingove kódy sú perfektné pre opravu jednej chyby.
2. Ukážte, že všetky Hammingove kódy rovnakej dĺžky sú navzájom ekvivalentné.
3. Aké vlastnosti má samoduálny kód? (uvažujte, aká môže byť dĺžka samoduálneho kódu, jeho dimenzia, minimálna vzdialenosť, generujúca matica, kontrolná matica...)
4. Nájdite všetky samoduálne Hammingove kódy.
5. Ukážte, že Hammingov kód dĺžky $2^r - 1$ pre $r = 2$ je triviálny.
6. Je nasledujúca matica generujúca matica duálneho kódu k Hammingovmu kódu dĺžky 15?

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Úlohy

1. Zistite, či môžu existovať perfektné kódy pre nasledujúce hodnoty n a d :
 - a) $n = 15$, $d = 3$,
 - b) $n = 31$, $d = 3$,
 - c) $n = 15$, $d = 5$.
2. Nájdite generujúcu maticu Hammingovho kódu dĺžky 15 v štandardnom tvare a zakódujte správu 11111100000.
3. Zostrojte štandardnú dekodovaciu tabuľku pre Hammingov kód dĺžky 7 a pomocou nej dekodujte nasledujúce slová:
 - a) 1101011,
 - b) 1111111,
 - c) 0011010,
 - d) 0101011,
 - e) 0100011,
 - f) 0001011.
 (Uvažujte kontrolnú maticu I.a) II. typu.)
4. Zostrojte štandardnú dekodovaciu tabuľku pre Hammingov kód dĺžky 15 a pomocou nej dekodujte nasledujúce slová:
 - a) 01010 01010 01000,
 - b) 11110 00101 10110,
 - c) 11100 01110 00111,
 - d) 11100 10110 00000,
 - e) 00011 10100 00110,
 - f) 11001 11001 11000.

(Uvažujte kontrolnú maticu I.a) II. typu.)

5. Zdôvodnite, prečo nasledujúce matice sú kontrolné matice Hammingovho kódu dĺžky 7 a ukážte, že kódy, ktoré určujú sú ekvivalentné s Hammingovým kódom dĺžky 7 s kontrolnou maticou I.(resp. II.) typu:

$$\text{b) } H_{C_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\text{c) } H_{C_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Je $C_1 = C_2$? Sú kódy C_1 , C_2 ekvivalentné?