

CYKlickÉ KÓDY (2.časť)
Otázky

1. Môže byť cyklický kód perfektný? Ak áno, uveďte príklad. Ak nie, zdôvodnite prečo.
2. O aké kódy sa jedná v úlohe 5f) a 5g)? (viď nižšie)
3. Existuje samoduálny LCK? Ak áno, uveďte príklad. Ak nie, zdôvodnite prečo. Čo viete povedať o dĺžke kódu resp. stupni generujúceho polynómu samoduálneho LCK?

Úlohy

1. Nech $g(x) = 1 + x^2 + x^3$ je generujúci polynóm LCK $C(x)$ dĺžky 7.
 - a) Zakódujte nasledujúce polynómy a určte príslušné informačné polynómy: $1 + x^3$, x , $x + x^2 + x^3$.
 - b) Nájdite informačné polynómy prislúchajúce kódovým polynómom: $x^2 + x^4 + x^5$, $1 + x + x^2 + x^4$, $x^2 + x^3 + x^4 + x^6$.
 - c) Nájdite generujúcu maticu $G(x)$ kódu $C(x)$.
 - d) Nájdite kontrolnú maticu $H(x)$ kódu $C(x)$.
 - e) Určte dimenziu a minimálnu dĺžku kódu $C(x)$.
2. Dokážte, že polynóm $g(x)$ generuje nejaký LCK $C(x) \subset B_n[x]$ a nájdite jeho bázu a generujúcu maticu, ak:
 - a) $n = 7$, $g(x) = 1 + x + x^3$,
 - b) $n = 9$, $g(x) = 1 + x^3 + x^6$,
 - c) $n = 15$, $g(x) = 1 + x + x^4$,
 - d) $n = 15$, $g(x) = 1 + x^4 + x^6 + x^7 + x^8$,
 - e) $n = 15$, $g(x) = 1 + x + x^2 + x^4 + x^5 + x^8 + x^{10}$.
3. Ukážte, že lineárny kód C s generujúcou maticou

$$G_C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

je cyklický a nájdite jeho generujúci polynóm.

4. Napíšte generujúce matice všetkých LCK dĺžky 6.
5. Nájdite kontrolnú maticu LCK dĺžky n s generujúcim polynómom $g(x)$ a určte minimálnu vzdialenosť kódu, ak:
 - a) $n = 7$, $g(x) = 1 + x + x^2 + x^4$,
 - b) $n = 6$, $g(x) = 1 + x^2$,
 - c) $n = 6$, $g(x) = 1 + x^3$,
 - d) $n = 8$, $g(x) = 1 + x^2$,
 - e) $n = 9$, $g(x) = 1 + x^3 + x^6$,
 - f) $n = 15$, $g(x) = 1 + x + x^4$,
 - g) $n = 23$, $g(x) = 1 + x + x^5 + x^6 + x^7 + x^9 + x^{11}$,
 - h) $n = 15$, $g(x) = 1 + x^4 + x^6 + x^7 + x^8$.

6. Nájďte generujúci polynóm duálneho kódu ku každému LCK z úlohy 5.
7. Nájďte syndróm slova $w(x) = x^7 + x^5 + x + 1$ v LCK dĺžky n s generujúcim polynómom $g(x)$:
 - a) $n = 7$, $g(x) = 1 + x + x^2 + x^4$,
 - b) $n = 6$, $g(x) = 1 + x^2$,
 - c) $n = 6$, $g(x) = 1 + x^3$,
 - d) $n = 8$, $g(x) = 1 + x^2$,
 - e) $n = 9$, $g(x) = 1 + x^3 + x^6$,
 - f) $n = 15$, $g(x) = 1 + x^3 + x^4$.
8. V úlohách 7a), 7b), 7c) a 7e) zostrojte ŠDT a dekodujte slovo $w(x) = x^7 + x^5 + x + 1$.