

CYKLICKÉ KÓDY**Otázky**

1. Pre ktoré kódové slová v v LCK dĺžky n platí $\pi(v) = v$?
2. Nájdite všetky slová v dĺžky 6, pre ktoré platí:
 - a) $\pi^2(v) = v$,
 - b) $\pi^3(v) = v$.
3. Pre polynómy nad B platí pravidlo $(x+1)^2 = x^2 + 1$. Čomu sa rovná:
 - a) $(x+1)^3$,
 - b) $(x+1)^4$,
 - c) $(x+1)^n$, pre ľubovoľné $n \in N$?
4. Nájdite všetky ireducibilné polynómy štvrtého, piateho a šiesteho stupňa.
5. Koľko existuje rôznych lineárnych cyklických kódov v $B_n[x]$? Koľko z nich je netriviálnych?
6. Lineárny kód dĺžky 6 s generujúcim polynómom $g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$ nie je cyklický. Prečo?
7. Je lineárny kód dĺžky 14 s generujúcim polynómom $g(x) = x^4 + x^2 + x + 1$ cyklický? Prečo?
8. Overte, či nasledujúce polynómy $g(x)$ generujú nejaký LCK v $B_n[x]$:
 - a) $n = 9$, $g(x) = x^7 + x^6 + x^4 + x^3 + x + 1$,
 - b) $n = 7$, $g(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$,
 - c) $n = 21$, $g(x) = x^3 + x^2 + x + 1$,
 - d) $n = 21$, $g(x) = x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$,
 - d) $n = 15$, $g(x) = x^6 + x^4 + x^2 + x + 1$.
9. Akú dimenziu môže mať LCK dĺžky 27?
10. Koľko rôznych deliteľov má polynóm:
 - a) $x^{13} + 1$,
 - b) $x^{17} + 1$,
 - c) $x^{20} + 1$,
 - a) $x^3 + x^2 + x + 1$,
 - a) $x^4 + x^3 + x^2 + 1$?

Úlohy

1. Reprezentujte nasledujúce kódy pomocou polynómov:
 - a) $C_1 = \{000, 001, 010, 011\}$,
 - b) $C_2 = \{00000, 11111\}$,
 - c) $C_3 = \{0000, 0001, 1110\}$,
 - d) $C_4 = \{0000, 1001, 0110, 1111\}$,
 - e) $C_5 = \{00000, 11100, 00111, 11011\}$.
2. Nájdite podiel a zvyšok po delení polynómu $f(x)$ polynómom $h(x)$, ak:
 - a) $f(x) = x^7 + x^6 + x^5$ a $h(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$,
 - b) $f(x) = x^{13} + x^8 + x^3 + x^2 + 1$ a $h(x) = x^9 + x^3 + 1$,
 - c) $f(x) = x + 1$ a $h(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.

3. Nájdite generujúci polynóm, dimenziu a bázu najmenšieho LCK príslušnej dĺžky tak, aby obsahoval kódové slovo v :
 - a) $v = 1101000$,
 - b) $v = 010101$,
 - c) $v = 11011000$,
 - d) $v = 100100$.

V úlohe d) vyjadrite všetky kódové slová nájdeného kódu ako násobok generujúceho polynómu.
4. Nájdite generujúci polynóm, dimenziu a bázu najmenšieho LCK príslušnej dĺžky tak, aby obsahoval nasledujúce kódové slová:
 - a) 010, 011, 111,
 - b) 1010, 0101, 1111,
 - c) 0101, 1010, 1100,
 - d) 1000, 0100, 0010, 0001,
 - e) 11000, 01111, 11110, 01010.

Potom vyjadrite každé z vymenovaných slov ako násobok generujúceho polynómu.
5. Nech $C(x) \subset B_n[x]$ je LCK s generujúcim polynómom $g(x)$. Nájdite informačné slovo, ktoré prislúcha kódovému polynómu $v(x) = a(x) \cdot g(x)$, ak:
 - a) $n = 7$, $g(x) = x^3 + x + 1$ a $a(x) = x^6 + x^5 + 1$,
 - b) $n = 9$, $g(x) = x^6 + x^3 + 1$ a $a(x) = x + 1$,
 - c) $n = 15$, $g(x) = x^5 + 1$ a $a(x) = x^6 + x^5 + 1$.
6. Nájdite najväčší netriviálny LCK, ktorý obsahuje slovo 10101 01001 00000.