

Okruhy otázok k skúške z predmetu

Parciálne diferenciálne rovnice

1. Priestory spojitých na intervale $[a,b]$ a uzávere ohraničenej oblasti Ω , a kvadraticky integrovateľných funkcií definovaných na ohraničenom intervale (a,b) a oblasti Ω v $\mathbb{R}^2$. Skalárny súčin a norma funkcie v priestoroch $L_2(a,b)$ a $L_2(\Omega)$.
2. Ortogonálne systémy funkcií, Fourierove rady v priestoroch $L_2(a,b)$ a $L_2(\Omega)$. Úplny ortogonálny systém.
3. Okrajová úloha pre obyčajnú diferenciálnu rovnicu druhého rádu v samoadjungovanom tvare a Sturmova-Liouvilleova úloha na vlastné hodnoty a vlastné funkcie. Vlastnosti vlastných hodnôt a vlastných funkcií.
4. Eliptická rovnica, eliptický operátor. Ich fyzikálne a mechanické interpretácie (stacionárne rozloženie teploty, priehyb membrány). Niektoré špeciálne prípady: Laplaceova, Poissonova rovnica, aj v polárnych súradniciach. Eliptické okrajové úlohy. Podmienky jednoznačnosti ich riešenia.
5. Úloha na vlastné hodnoty a vlastné funkcie eliptického operátora. Vlastnosti vlastných hodnôt a vlastných funkcií a ich výpočet v prípade obdĺžnika.
6. Rovnica pre nestacionárne vedenie tepla v tyči, alebo telese, jej interpretácia.
7. Parabolická parciálna diferenciálna rovnica. Začiatočno-okrajová úloha pre parabolickú rovnicu. Veta o jednoznačnosti jej riešenia. Vyjadrenie riešenia s nulovou aj nenulovou pravou stranou pomocou vlastných hodnôt a vlastných funkcií (Fourierova metóda).
8. Hyperbolická diferenciálna rovnica. Začiatočno-okrajová úloha pre hyperbolickú rovnicu kmitania konečnej struny, alebo ohraničenej membrány.
9. Vyjadrenie riešenia hyperbolickej začiatočno-okrajovej úlohy s nulovou pravou stranou pomocou vlastných hodnôt a vlastných funkcií (Fourierova metóda).