Kap. 2 Riešenie sústav lineárnych rovníc

Vstup:

Sústava m rovníc o n neznámych

$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1n} x_n = b_1$

$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots + a_{2n} x_n = b_2$

. . .

$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots + a_{mn} x_n = b_m$

Maticový zápis: $A*\overline{x} = \overline{b}$

Veta (Frobeniova). Sústava $A*\overline{x} = \overline{b}$ má riešenie práve vtedy, keď hodnosť $h(A)$ matice A sústavy je rovnaká, ako hodnosť rozšírenej matice $[A, \overline{b}]$ sústavy.

Ak uvažujeme o matici A ako o lineárnom zobrazení $A: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, potom množina $A^{-1}(\{\overline{0}\})$ je lineárnym podpriestorom priestoru $\mathbb{R}^n$, ktorý nazývame nulovým priestorom matice A a označujeme $\mathcal{N}(A)$. Platí

Základná veta algebry. $n = \dim(\mathcal{N}(A)) + \mathrm{hod}(A)$

Výstup:

Všeobecné riešenie sústavy $A^*\overline{x} = \overline{b}$ sa dá vyjadriť v tvare

$$w = \overline{p} + Z^*\overline{q}$$

kde $\overline{p}$ je ľubovoľné partikulárne riešenie, Z je matica stĺpcov bázy nulového priestoru $\mathcal{N}(A)$ a $\overline{q}$ je stĺpec ľubovoľných hodnôt parametrov.

Všeobecné riešenie získame opakovanou aplikáciou ekvivalentných riadkových úprav:

- vzájomná výmena dvoch riadkov,
- násobenie riadku číslom $k \neq 0$,
- pripočítanie nenulového násobku riadku k inému riadku,

pomocou ktorých upravíme rozšírenú maticu $[A, \overline{b}]$ sústavy na riadkovú redukovanú formu (rref). Táto metóda je známa ako Gaussova, resp. Gauss – Jordanova eliminačná metóda.