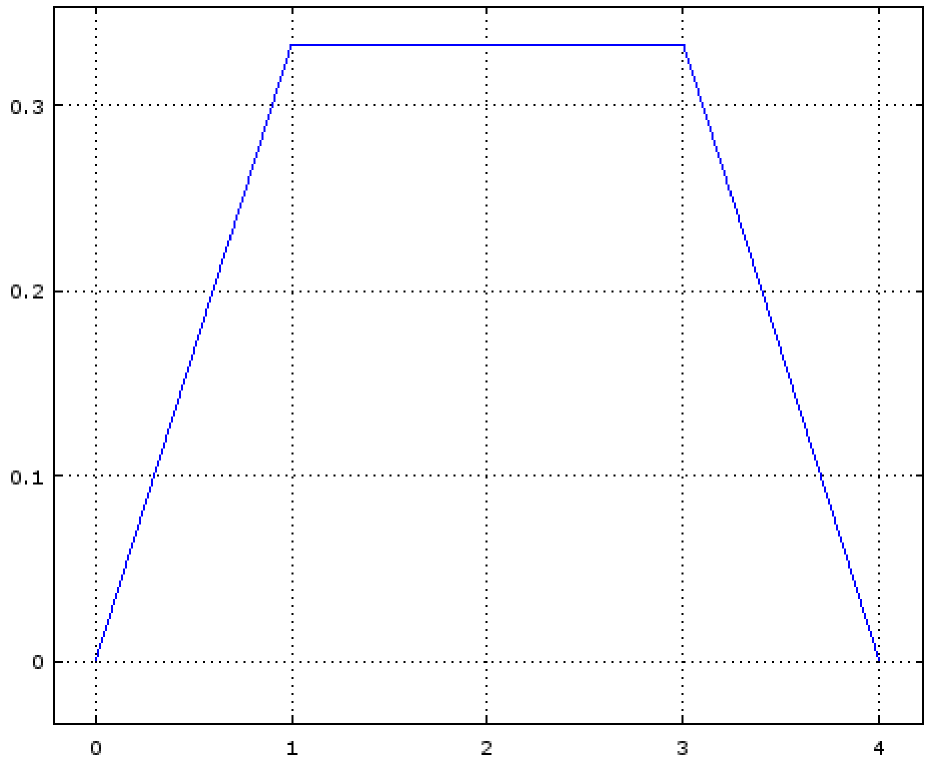
1. Náhodná veličina je daná funkciou hustoty

/ k*x na [0, 1]

f(x) = – k na [1, 3]

\ k*(4-x) na [3, 4] , inde 0.

a) Nakreslite graf f a zistite hodnotu k. 2b



Hodnotu k určíme na základe požiadavky, aby plocha pod grafom bola rovná 1. Na to netreba integrovať, vystačíme s obsahom obdĺžnikov. Dva trojuholníky po krajoch spolu tvoria obdĺžnik 1*k, obdĺžnik v strede má obsah 2*k. Z toho k=1/3.

b) Nájdite distribučnú funkciu F(x) a vypočítajte P(2.5 < x < 3.5) . 3+2b

Pointegrujeme zvlášť na každom intervale (s už dosadeným k).

/ x^2/6

F(x)= – 1/6 + (x-1)/3

\ -x^2/6 + 4/3*x - 5/3

Hodnoty mimo intervalu [0, 4] vieme aké sú.

c) Vypočítajte E(X). 3b

Kto chce, má vzorec a môže si zaintegrovať. Kto nechce, ten pozrie a vidí symetrický graf medzi 0 a 4, teda jeho stred je 2. To je správna odpoveď.

2. Rybár dostal od ženy príkaz uloviť 2 ryby. Čas čakania (v minútach) na chytenie jednej ryby je veličina s rozdelením Exp(0.03).

a) Aká je pravdepodobnosť, že do hodiny uloví prvú rybu? 2b

Exponenciálne rozdelenie 1-exp(-0.03*x) = 0.835 pre x=60

b) Aká je pravdepodobnosť, že do hodiny chytí obe ryby? 3b

Erlangovo rozdelenie 1-exp(-0.03*x)*(1+0.03*x) = 0.54 pre x=60

3. Je daná náhodná veličina X ~ N(μ,σ^2) s neznámymi parametrami. V 15 pokusoch sme získali ako jej konkrétnu realizáciu vektor x s bodovými odhadmi strednej hodnoty m=3 a variancie s^2 = 4 (počítané s korekciou $^1/_{(n-1)}$).

a) Nájdite intervalový odhad strednej hodnoty so spoľahlivosťou 0.95. 2b

Studentovo rozdelenie, k=14, 0.975-kvantil : d=sqrt(4)*(2.1448)/sqrt(15)= 1.1076
Odhad je 3 +- 1.1076

b) Nájdite intervalový odhad variancie so spoľahlivosťou 0.95. 3b

Chí-kvadrát, riadok 14., 0.975 a 0.025 kvantily:
Odhad je 14*4*[1/26.12, 1/5.63] = [2.144, 9.947]