1. Spojitá náhodná veličina má rovnomerné rozdelenie X ~ R(7,12).

a) Nájdite charakteristiky X, funkciu hustoty a distribučnú funkciu.

f(x)= 1/5 na (7,12), inde 0
F(x)= (x-7)/5 na (7,12), pred tým 0, za tým 1
E(X), var(X) podľa vzorca

b) Vypočítajte pravdepodobnosti P(9 < x < 10.5), P(6 < x < 13.5)

P(9 < x < 10.5) = F(10.5) - F(9) = 0.3
P(6 < x < 13.5) = F(13.5) - F(6) = 1 - 0 = 0

2. Bezporuchovosť auta je veličina s rozdelením Exp(10^{-4}) . Meria sa v hodinách, predpokladáme 2 hodiny jazdy denne.

Náhodná veličina sa realizuje časom x – časom prvej poruchy vozidla.

F=inline('1-exp(-0.0001*x)')

Rok nech má 365 dní (29.2. sa nejazdí), teda 730 hodín jazdy.

a) Aká je pravdepodobnosť, že auto vydrží bez poruchy aspoň 5 rokov?

Aspoň 5 rokov = prvá porucha nastane v čase 5 rokov a viac:

F(infty)-F(5*730) = 1-F(5*730) = 0.69420

b) Aká je pravdepodobnosť, že sa prvá porucha objaví počas 7. roku?

F(7*730)-F(6*730) = 1-F(5*730) = 0.69420

c) Aká je pravdepodobnosť, že auto nevydrží bez poruchy viac ako 10 rokov?

Najviac 10 rokov = prvá porucha nastane v čase 0 až 10 rokov:

F(10*730) = 0.51809

d) Ak sa Vám hodnoty z a,b,c nepozdávajú, navrhnite realistickejší koeficient, pri ktorom výsledky budú viac zodpovedať praktickým skúsenostiam.

. . . .

3. Pravdepodobnosť, že študent príde na cvičenie s meškaním x minút, je veličina s rozdelením Exp(0.01).

F=inline('1-exp(-0.01*x)')

a) Aká je pravdepodobnosť, že do 10 minút po začiatku budú prítomní všetci z 10 študentov?

Pravd., že 1 študent príde s meškaním 0 až 10 minút:

p= F(10) = 0.095163

Pravd., že 10 študentov z 10 príde s meškaním 0 až 10 minút:

p^10 =   6.0906e-011 (toto nie je na FEI !!)

b) Aká je pravdepodobnosť, že dvaja z desiatich sa nedostavia vôbec (=meškanie 100 minút a viac)

1 študent – meškanie 100 minút a viac:

p=1-F(100 = 0.36788

Dvaja z desiatich (binomické rozdelenie):

nchoosek(10,2)*p^2*(1-p)^8

ans = 0.15525

c) Pravdepodobnosť, že v čase t bude prítomná aspoň polovica študentov, je 50%. Vypočítajte t.

Byť prítomný v čase t znamená meškať 0 až t minút, pravdepodobnosť u jednotlivca je F(t).

Aspoň polovica = 5 až 10.

Hľadáme (pre naše potreby stačí skusmo) t tak, aby platilo S=0.5, kde S zistíme v ML (Octave) takto (za t dosadzujeme rôzne čísla):

```
t=??; p=F(t); S=0; for k=5:10, S=S+nchoosek(10,k)*p^k*(1-p)^(10-k); end, S
```

Po niekoľkých pokusoch (zhruba imitujúcich metódu bisekcie intervalu) zistíme, že prvá vyhovujúca celočíselná hodnota je t= 61 minút.

4. Cesta na dovolenku si vyžaduje absolvovanie troch hraničných priechodov. Čas čakania (v minútach) na jednej hranici je veličina s rozdelením Exp(0.02).

a) Nájdite distribučnú funkciu náhodnej veličiny predstavujúcej súhrnný čas strávený čakaním na troch hraniciach.

Erlangovo rozdelenie Erl(3, 0.02):

F=inline('1-exp(-0.02*x)*(1+0.02*x+0.5*(0.02*x)^2)')

b) Aká je pravdepodobnosť, že sa čakaním stratia aspoň 3 hodiny?

Aspoň 3 znamená 3 a viac, takže 1-F(3*60)= 0.30275

c) Aká je pravdepodobnosť, že sa čakaním stratia najviac 2 hodiny?

Najviac 2 znamená 0 až 2, takže F(2*60)= 0.43029

5. Je dané Gaussovo rozdelenie N(m, s^2).

a) Zistite P(2 < x < 7) pre N(-1, 4).

b) Zistite P(2 < x < 7) pre N(3, 9).

c) Zistite P(2 < x < 7) pre N(10, 6.25).

S vhodnou kalkulačkou je to len vec základného dosadenia.

Ak sme obmedzení iba na normované Gaussovo rozdelenie:

a) P(2 < x < 7) pre N(-1, 4) = F(7) - F(2) = $F_N((7-(-1))/2) - F_N((2-(-1))/2) =$

$= F_N(4) - F_N(1.5) = 1 - 0.9332 = 0.0668$

b) P(2 < x < 7) pre N(3, 9) = F(7) - F(2) = $F_N((7-3)/3) - F_N((2-3)/3) =$

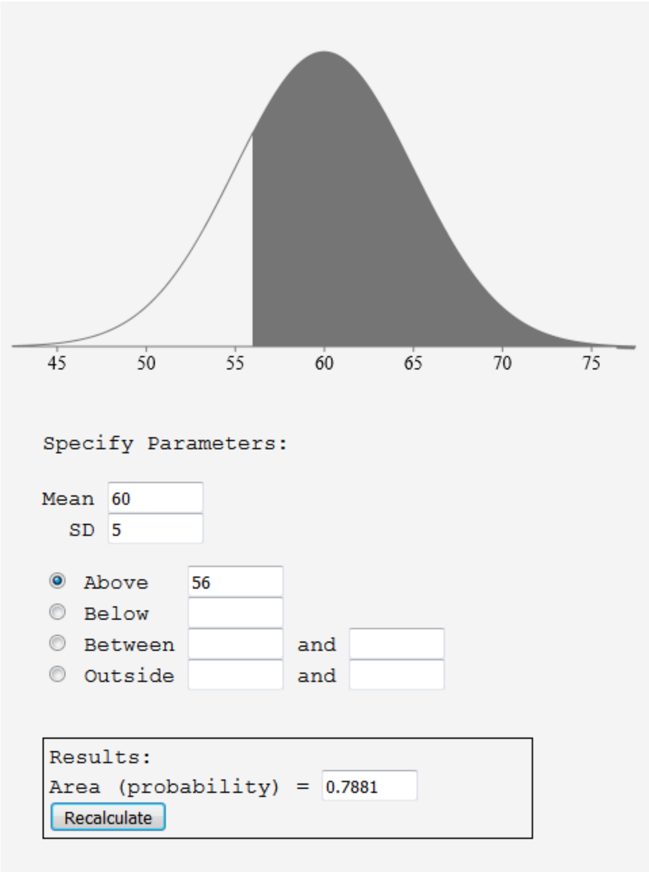
$= F_N(1.33) - F_N(-0.33) = 0.9082-(1-0.6293) = 0.53750$

c) . . . . . .

6. Úspešnosť študenta na skúške (počet bodov zo 100) má Gaussovo rozdelenie N(60, 25) – prípadne navrhnite realistickejšie čísla..

a) Aká je pravdepodobnosť, že študent spraví skúšku (aspoň 56 bodov)?

Využijeme napr. online kalkulačku (pozor, SD je odmocnina z obvyklého s^2)

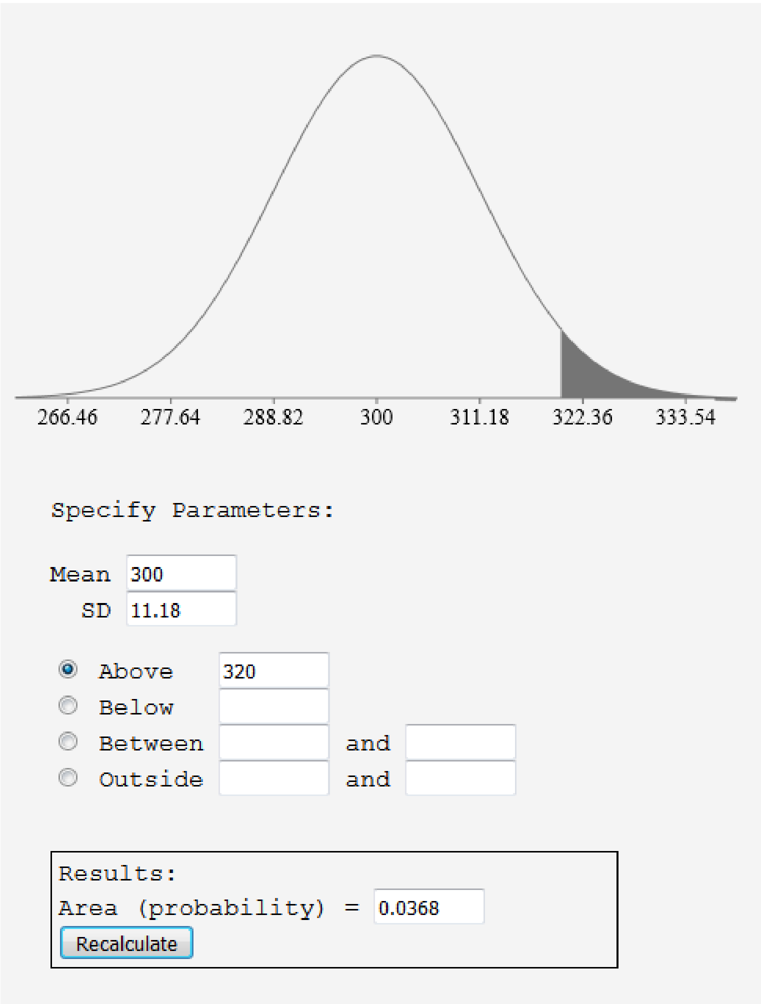


b) Aká je pravdepodobnosť, že z 5 študentov prejdú všetci?

0.7881^5 = 0.30402

c) Aká je pravdepodobnosť, že 5 študentov dosiahne spolu aspoň 320 bodov?

Súčet pätice náhodných veličín zo zadania – adekvátne navýšime parametre v kalkulačke – 60*5, sqrt(25*5)



d) Aká je pravdepodobnosť, že 50 študentov dosiahne v priemere aspoň 65 bodov?

Buď sa spýtame na pravdepodobnosť súčtu 50*65 pri N(60*50, 25*50) alebo priamo na priemer 65 pri N(60,25/50).

Vychádzajú hodnoty prekliato blízke nule. Aby bola úloha aspoň trochu hmatateľnejšia, skúsme priemer 61 (len bod nad 60 a už tak málo!!):