Cvičenie 5.

Reťazové pravidlo, druhé parciálne derivácie.

1. Vypočítajte $\dfrac{\partial F}{\partial x}$ ak $F = f(g)$ a $f(u,v) = \ln u^2 + v$, $g(x,y) = (xy^2, x^2 + y)$
2. Dokážte že každá funkcia $F(x,y) = \varphi(x^2 + y^2)$, v ktorej φ je ľubovoľná diferencovateľná funkcia, je riešenie rovnice

$$x\frac{\partial F}{\partial y} - y\frac{\partial F}{\partial x} = 0.$$

3. Dokážte že funkcia $F(x,y) = \varphi(ye^{-x})$, v ktorej φ je ľubovoľná diferencovateľná funkcia, je riešenie rovnice

$$\frac{\partial F}{\partial x} + y\frac{\partial F}{\partial y} = 0.$$

Vypočítajte druhé parciálne derivácie funkcie f ak
4. $f(x,y) = x^2 + y^2$
5. $f(x,y) = x^2 - y^2$
6. $f(x,y) = xy$
7. $f(x,y) = \frac{1}{2}(2x^2 + 3xy + 5y^2)$
8. $f(x,y) = e^{2y}\sin x$
9. Dokážte že funkcia $F(x,y) = f(x-y) + g(x+y)$ je riešenie rovnice

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0$$

10. Dokážte že funkcia $F(x,y) = f(e^x \sin y) + g(e^x \cos y)$ je riešenie rovnice

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0$$

Výsledky