

- (1) Nech $f(x, y, z) = \ln(xyz) - x - y - z$. Nájdite jej lokálne extrém.
- (2) Dodefinujte funkciu $f(x, y)$ v bode $(1, 2)$ tak, aby v ňom bola spojitá

$$f(x, y) = \frac{(y-1)(y+1) - 3x}{\sqrt{y^2 - 3x - 1}}$$

- (3) Vypočítajte $f_{xy}(0, 1) \cdot f_{yx}(0, 1)$ ak $f(x, y) = x \ln(y+x) + \frac{x+y}{y}$

P1 Nech bod $A = (1, 3)$ je stacionárny bod funkcie $f(x, y)$ a nech $f(A) = 5$.
Napište rovnicu dotykovej roviny ku grafu funkcie v bode $T(1, 3, ?)$.

P2 Načrtnite definičný obor funkcie $f(x, y) = \frac{\ln x^2 y}{\ln(1-x)} + \sqrt{(1+y)}$.

- (1) Vypočítajte $f_{xy}(\pi, 1) + f_{yx}(\pi, 1)$, ak $f(x, y) = \sin yx + (\cos y)^2 - \sin x^2$.
- (2) Nájdite lokálne extrém funkcie $f(x, y, z) = 9z - xz - x^2 + 3y - y^3 - z^2$.
- (3) Dodefinujte $f(x, y)$ tak, aby v bode $(2, -1)$ bola spojitá

$$f(x, y) = \frac{(2x+3y)^2 - 1}{4x^2 + 6xy - 2x} \sin \frac{\pi y}{x}$$

P1 Nech $3x + 2y - z + 7 = 0$ je rovnica dotykovej roviny funkcie $f(x, y)$ v bode $T = (1, u, 4)$. Určite súradnice bodu T a zistite, či $f(x, y)$ môže mať v bode $(1, u)$ lokálny extrém.

P2 Nech $f(x, y) = \arcsin(x-y) + \ln(y+2) + \ln(x^2+1)$. Načrtnite definičný obor funkcie $f(x, y)$.

- (1) Nájdite lokálne extrém funkcie $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - zx - 4z$
- (2) Vypočítajte limitu

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} = \frac{3(x^2 + y^2) - 6x + 3}{\sqrt{(x^2 + y^2 - 2x + 5)} - 2}$$

- (3) Vypočítajte $f_{xy}(1, 2)$, ak $f(x, y) = \ln(x^2 y) + x^y - \frac{x}{y}$

- Prémia: Nech dotyková rovina ku grafu funkcie $f(x, y)$ v bode $T = (2, 1, ?)$ má rovnicu $3x + 2y - z + 4 = 0$. Nájdite $f_x(2, 1)$ a $f_y(2, 1)$ a vypočítajte $f(2, 1) + 3$.
- Prémia: Načrtnite definičný obor funkcie $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2} + \ln y^2 x$.

(1) Nájdite lokálne extrémym funkcie $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z^2 - zx - zy$

(2) Vypočítajte limitu

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} = \frac{3x^2 - 3xy - 6x}{1 - \sqrt{x - y + 3}}$$

(3) Vypočítajte $f_{xy}(1, 2)$ ak $f(x, y) = \ln(x^2y) + x^y - \frac{x}{y}$

- Prémia: Nech dotyková rovina ku grafu funkcie $f(x, y)$ v bode $T = (1, 2, ?)$ má rovnicu $2x + 3y - z + 4 = 0$. Nájdite $f_x(1, 2)$ a $f_y(1, 2)$ a vypočítajte $f(1, 2) - 3$.
- Prémia: Načrtnite definičný obor funkcie $f(x, y) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-y}} + \ln yx$.

(1) Nájdite lokálne extrémym funkcie $f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + 2z^2 - 4yx + 4y$

(2) Vypočítajte limitu

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (3,4)} = \frac{4 - \sqrt{x + 3y + 1}}{15 - x - 3y}$$

(3) Vypočítajte $f_{xy}(\pi, 1)$ ak $f(x, y) = \sin(xy) + x \ln y - \frac{x+y}{x}$

- Prémia: Nech dotyková rovina ku grafu funkcie $f(x, y)$ v bode $T = (0, 1, ?)$ má rovnicu $4x + 3y - z - 1 = 0$. Nájdite $f_x(0, 1)$ a $f_y(0, 1)$ a vypočítajte $2f(0, 1)$.
- Prémia: Načrtnite definičný obor funkcie $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y} + \ln x$.