

TÝŽDEŇ 6

1. Vypočítajte limity

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{2x} \quad [e^2]$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+5} \right)^x \quad [e^{-2}]$

2. Zistite, či je funkcia $f(x) = \begin{cases} \sin x & x < 0 \\ \ln(x+1) & x \geq 0 \end{cases}$ spojitá v bode $a = 0$. [áno]

3. Zistite, kde je funkcia $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ \arctg \frac{1}{x} & x > 0 \end{cases}$ spojitá. [áno]

4. Zistite, či je funkcia $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} & x \geq 0, x \neq 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$ spojitá v bode $a = 1$. [nie]

5. Zistite, či je funkcia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} & x \in (-\pi, 0) \cup (0, \pi) \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad \text{spojitá v bode } a = 0. \quad [\text{áno}]$$

6. Určte parameter p tak, aby funkcia

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 2 \\ x^2 + 3px + p^2, & p > 2 \end{cases} \quad \text{bola spojitá v bode } a = 2. \quad [p = -3 \pm \sqrt{7}]$$

7. Nájdite maximálne spojité rozšírenie funkcie

a) $f(x) = \frac{x-3}{x^2-2x-3} \quad \left[\frac{1}{x+1}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \right]$

b) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2}. \quad \left[f_1(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \right]$