

TÝŽDEŇ 2

1. Napíšte množinu všetkých riešení sústavy rovníc s komplexnými neznámymi

$$\text{a) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 = 7 \end{cases} \quad [(1, 1)] \quad \text{b) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = i \\ 3x_1 + 4x_2 = -7i \end{cases} \quad \left[\left(\frac{4}{17} + \frac{1}{17}i, \frac{-3}{17} + \frac{-5}{17}i\right)\right]$$

$$\text{c. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 0 \\ -2x_1 + 4x_2 = 1 \end{cases} \quad [\emptyset]$$

2. Rozhodnite, či sú dané matice stupňovité, prípadne redukované stupňovité

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Napíšte množinu P všetkých riešení sústavy, ktorej rozšírená matica je

$$\text{a) } \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right), \quad \text{b) } \left(\begin{array}{ccccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

4. Riešte sústavu lineárnych rovníc, ktorých rozšírená matica je

$$\begin{aligned} \text{a) } & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & 5 \end{array}\right) & P = \emptyset \\ \text{b) } & \left(\begin{array}{ccc|c} 6 & 3 & 1 & 1 \\ 7 & 3 & 2 & 1 \\ 8 & -3 & 13 & -8 \end{array}\right) & P = \emptyset \\ \text{c) } & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -1 \\ 2 & 3 & -5 & 2 \\ 3 & 4 & -5 & 5 \end{array}\right) & P = \{(7, -4, 0)\} \\ \text{d) } & \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 7 & 1 \end{array}\right) & P = \{(-3a, 1 + 5a, a), \ a \in R\} \\ \text{e) } & \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -2 & 3 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 18 \\ 4 \\ -1 \end{array}\right) & P = \{(9, a - 14, a, 0), \ a \in R\} \\ \text{f) } & \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 1 & 4 & -3 \\ 2 & -1 & -1 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & -3 & 3 & 9 \end{array}\right) & P = \{(3 + a - 2b, 3 + a + b, a, b), \ a, b \in R\}. \end{aligned}$$

5. a) Riešte sústavu rovníc

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -1 \end{cases} \quad P = \{(a - 5, a + 3, a), \ a \in R\}$$

$$\text{b) } \text{Sú } \bar{u} = (-1, 7, 4), \ \bar{v} = (5, 3, 0) \text{ riešeniami predchádzajúcej sústavy rovníc?}$$

6. a) Riešte sústavu rovníc

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1 \\ x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases} \quad P = \{(7 + a, 5 + 2a, a), \ a \in R\}$$

- b) Napíšte hodnotu matice a rozšírenej matice predchádzajúcej sústavy.