TEST 1.

Príklad. Funkcia

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 1}$$

je definovaná na intervale $[0, \infty)$.

Nájdite inverznú funkciu k funkcii f

Nájdite obor hodnôt funkcie f.

Riešenie

Označme

$$y = \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 1}$$

Po úpravách

$$\begin{aligned} y(x^2 + 1) &= 2x^2 - 3 \\ yx^2 + y &= 2x^2 - 3 \\ yx^2 - 2x^2 &= -y - 3 \\ x^2(y - 2) &= -y - 3 \\ x^2 &= \frac{-y - 3}{y - 2} = \frac{y + 3}{2 - y} \end{aligned}$$

Zo zadania definičného oboru vyplýva, že $x \geq 0$, preto

$$x = \sqrt{\frac{y + 3}{2 - y}}$$

(Nie $\pm$)

A teda

$$f^{-1}(y) = \sqrt{\frac{y + 3}{2 - y}}$$

V pr9pade premenovania premenných je potom

$$f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x + 3}{2 - x}}.$$

Obor hodnôt f je definičnm oborom inverznej funkcie. Preto hľadáme, kedy je

$$\frac{x + 3}{2 - x} \geq 0$$

Buď

$$x + 3 \geq 0 \wedge 2 - x > 0,$$

to je keď $x \in [-3, 2)$

alebo

$$x + 3 \leq 0 \wedge 2 - x < 0,$$

to nie je nikdy.

Preto $H_f = [-3, 2)$.