Test 3.

Príklad. Nájdite intervaly monotónnosti a lokálne extrémy funkcie

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}.$$

Riešenie. Definičný obor je

$$D_f = R \setminus \{2\}.$$

Vypočítajme deriváciu

$$f'(x) = \frac{2x(x-2) - (x^2 - 3)}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}.$$

Stacionárne body sú riešenia rovnice

$$x^2 - 4x + 3 = 0,$$

teda

$$x_1 = 1, \qquad x_2 = 3.$$

Znamienko derivácie je (zistené napr. dosadením vhodných čísel)

$$\begin{aligned} f'(x) &> 0 \qquad \text{pre } x \in (-\infty, 1), \\ f'(x) &< 0 \qquad \text{pre } x \in (1, 2), \\ f'(x) &< 0 \qquad \text{pre } x \in (2, 3), \\ f'(x) &> 0 \qquad \text{pre } x \in (3, \infty). \end{aligned}$$

Preto je funkcia f
rastúca na $(-\infty, 1]$ a na $[3, \infty)$, (nie na zjednotení!)
klesajúca na $[1, 2)$ a na $(2, 3]$. (nie na $[1, 3]$!.
Bod $x_1 = 1$ je bodom ostrého lokálneho maxima,
bod $x_2 = 3$ je bodom ostrého lokálneho minima.