

RACIONÁLNE FUNKCIE

Definícia. Nech f, g sú polynómy nad R (nad C) a nech $g \neq 0$. Potom $R = \frac{f}{g}$ sa nazýva racionálna funkcia nad R (nad C). Ak $\text{st } f < \text{st } g$, tak R sa nazýva rýdzo racionálna funkcia.

Definícia.

1. Elementárnym zlomkom nad C sa nazýva rýdzo racionálna funkcia

$$R(x) = \frac{A}{(x-c)^n}, \quad A, c \in C, \quad n \in N.$$

2. Elementárnym zlomkom nad R sa nazývajú rýdzo racionálne funkcie

$$R_1(x) = \frac{A}{(x-c)^n}, \quad A, c \in R, \quad n \in N,$$

$$R_2(x) = \frac{Bx+C}{(x^2+px+q)^n}, \quad B, C, p, q \in R, \quad n \in N, \quad p^2 - 4q < 0.$$

Veta. Každá racionálna funkcia sa dá jednoznačne zapísať (až na poradie sčítan-cov) ako súčet polynómu a elementárných zlomkov nad R (nad C).

Postup rozkladu racionálnej funkcie na elementárne zlomky nad R (nad C)

1. Ak $\text{st } f \geq \text{st } g$, tak vydelíme polynóm f polynómom g so zvyškom r , $R = h + \frac{r}{g}$.
2. Nájdeme rozklad polynómu g na súčin mocnín ireducibilných polynómov nad R (nad C).
3. Rýdzo racionálnu funkciu $\frac{r}{g}$ zapíšeme ako súčet elementárných zlomkov s ne-určitými koeficientami (počet koeficientov je rovný stupňu polynómu g):

Polynóm

Elementárne zlomky

v rozklade g

$$(x-c)^k \longrightarrow \frac{A_1}{x-c} + \frac{A_2}{(x-c)^2} + \cdots + \frac{A_k}{(x-c)^k} \quad \text{nad } R \text{ (nad } C)$$

$$(x^2+px+q)^k \longrightarrow \frac{B_1+C_1}{x^2+px+q} + \frac{B_2+C_2}{(x^2+px+q)^2} + \cdots + \frac{B_k+C_k}{(x^2+px+q)^k} \quad \text{nad } R$$