

Meno a priezvisko:

Odbor:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ	semester	$\Sigma\Sigma$	známka

Teória (odpovede vpíšte sem)

1. Pri každom tvrdení rozhodnite, či je pravdivé. Svoju odpoveď odôvodnite.

a) Ak $\mathbf{A}$ je štvorcová matica a $\mathbf{A}^{-1}$ je jej inverzná matica, tak $\text{Det}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1}) = 0$.b) Ak je funkcia f spojitá na intervale (a, b) , tak je diferencovateľná v každom bode tohto intervalu.c) Ak je rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentný, tak je aj absolútne konvergentný. (nahradit' niečím iným???)d) Súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}$ je nula.2. Sú dané čísla $z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$, $w = R(\cos \beta + i \sin \beta)$. Doplňte (prípadné výpočty urobte na osobitnom papieri)a) Absolútne hodnoty: $|zw| =$ $\left| \frac{z}{w} \right| =$ $|z^{10}| =$ b) Argumenty: $\arg(zw) =$ $\arg\left(\frac{z}{w}\right) =$ $\arg(z^{10}) =$

Príklady (riešte na inom papieri, odovzdajte kompletne riešenie)

3. a) Riešte binomickú rovnicu $z^5 = i$. Výsledok znázorníte v komplexnej rovine.

b) Nájdite reálnu a imaginárnu časť čísla $z = \frac{(1-i)(2i+3)}{5-i}$.

4. a) Vypočítajte determinant $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

b) Čo vieme povedať o množine vektorov $\{(2, -1, 3), (2, 1, 1), (1, 2, 3)\}$?

c) Riešte sústavu
$$\begin{aligned} 2x - y + 3z &= 0 \\ 2x + y + z &= 0 \\ x + 2y + 3z &= -4 \end{aligned}$$

5. Sú dané funkcie $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$, $g(x) = (x+1) \cdot \ln x$.

Zistite, či majú f a g spoločnú dotyčnicu v bode $a = 1$.

6. Vypočítajte limity a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$

7. Je daná funkcia $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

Nájdite $D(f)$, $D(f')$, intervaly monotónnosti, lokálne extrémny a rovnice všetkých asymptot.

8. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-e^{-n}}{n^2}$.

9. Nájdite Taylorov polynóm tretieho stupňa funkcie $f(x) = \ln x$ v strede $a = 1$.

10. Vypočítajte limitu $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2\pi^2 - 2\pi x + x \cdot \sin 2x}{1 + \cos^3 x}$.
