

Domáce úlohy cvičenie 6 - riešenia

DÚ 1: Vypočítajte limitu elementárnymi úpravami:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 9x + 3}{x^3 - 3x - 2}$$

Riešenie:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 9x + 3}{x^3 - 3x - 2} &= "0/0" = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2(x^2 + 3x + 3)}{(x+1)^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 3}{x-2} \\ &= -\frac{1}{3}, \end{aligned}$$

kde sme na rozklad polynómu v čitateli i v menovateli využili Hornerovu schému:

	1	5	10	9	3		1	0	-3	-2
-1		-1	-4	-6	-3	-1		-1	1	2
	1	4	6	3	0		1	-1	-2	0
-1		-1	-3	-3		-1		-1	2	
	1	3	3	0			1	-2	0	

DÚ 2: Vypočítajte limitu elementárnymi úpravami:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x + 2 - \sqrt{x^2 + 3x + 6}}$$

Riešenie:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x + 2 - \sqrt{x^2 + 3x + 6}} &= "0/0" = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 - 8}{x + 2 - \sqrt{x^2 + 3x + 6}} \right) \left(\frac{x + 2 + \sqrt{x^2 + 3x + 6}}{x + 2 + \sqrt{x^2 + 3x + 6}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^3 - 8)(x + 2 + \sqrt{x^2 + 3x + 6})}{(x + 2)^2 - (\sqrt{x^2 + 3x + 6})^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x + 2 + \sqrt{x^2 + 3x + 6})}{x^2 + 4x + 4 - (x^2 + 3x + 6)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x + 2 + \sqrt{x^2 + 3x + 6})}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4)(x + 2 + \sqrt{x^2 + 3x + 6}) = (4 + 4 + 4)(4 + \sqrt{16}) \\ &= 12(4 + 4) = 96, \end{aligned}$$

kde sme vo výpočte využili, že $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.