

DETERMINANTY ŠTVORCOVÝCH MATÍC

Determinant:

Nech $n \in \mathbb{N}$ a matica $A \in \mathbb{R}^{n \times n}(\mathbb{C}^{n \times n})$. **Determinant matice** A (označujeme $\det A$ alebo zapíšeme maticu medzi dve zvislé rovné čiary $|A|$) je definovaný:

1. Ak $n = 1$, $A = (a_{11})$, tak $\det A = a_{11}$.
2. Ak $n > 1$, označíme A_{ij} maticu, ktorá vznikne z matice A odstránením stĺpca A_{*j} a riadku A_{i*} , tak $\det A = (-1)^{1+1}a_{11} \det A_{11} + (-1)^{1+2}a_{12} \det A_{12} + \dots + (-1)^{1+n}a_{1n} \det A_{1n}$ (rozvoj podľa prvého riadku).

Príklad 1: Vypočítajte determinant matice A , ak:

a) $A = (-4)$

$$\det A = -4$$

b) $A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

$$\det A = \begin{vmatrix} -4 & -2 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1}(-4)(-1) + (-1)^{1+2}(-2)(-3) = 4 - 6 = -2$$

Pozn.:

Determinant matice $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}(\mathbb{C}^{2 \times 2})$ teda vypočítame ako súčin prvkov na hlavnej diagonále mínus súčin prvkov na vedľajšej diagonále:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

c) $A = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \det A &= \begin{vmatrix} -4 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix} \\ &= (-1)^{1+1}(-4) \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}(-2) \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+3}0 \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} \\ &= (-4)(-2 - 4) + 2(-6 - 5) + 0(-12 + 5) = 24 - 22 + 0 = 2 \end{aligned}$$

Pozn.:

Na výpočet determinantu matice $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}(\mathbb{C}^{3 \times 3})$ môžeme využiť Sarusovo pravidlo: Prvé dva stĺpce pripíšeme za maticu ako štvrtý a piaty stĺpec a determinant je súčet všetkých troch súčinov na hlavných diagonálach (zľava hore doprava dole) mínus súčet súčinov na troch vedľajších diagonálach:

$$\begin{aligned} \det A &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\ &= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ &\quad - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33}) \end{aligned}$$

Vypočítajme teraz determinant matice A pomocou Sarusovho pravidla

$$\begin{aligned}\det A &= \begin{vmatrix} -4 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} -4-2 \\ -3-1 \\ 5 \quad 4 \end{matrix} \\ &= (-4) \cdot (-1) \cdot 2 + (-2) \cdot 1 \cdot 5 + 0 \cdot (-3) \cdot 4 \\ &\quad - (0 \cdot (-1) \cdot 5 + (-4) \cdot 1 \cdot 4 + (-2) \cdot (-3) \cdot 2) = 8 - 10 + 0 - 0 + 16 - 12 \\ &= 2\end{aligned}$$

d) $A = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 2 & 0 \\ 36 & 58 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

Na výpočet nemusíme nutne použiť rozvoj podľa prvého riadka. V tomto prípade je vhodnejšie (a jednoduchšie) použiť rozvoj podľa štvrtého stĺpca:

$$\begin{aligned}\det A &= \begin{vmatrix} -4 & -2 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 2 & 0 \\ 36 & 58 & 4 & 3 \end{vmatrix} \\ &= 0(-1)^{1+4} \begin{vmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 36 & 58 & 4 \end{vmatrix} + 0(-1)^{2+4} \begin{vmatrix} -4 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 2 \\ 36 & 58 & 4 \end{vmatrix} \\ &\quad + 0(-1)^{3+4} \begin{vmatrix} -4 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \\ 36 & 58 & 4 \end{vmatrix} + 3(-1)^{4+4} \begin{vmatrix} -4 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 0 + 0 + 0 + 3 \begin{vmatrix} -4 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix} = (\text{znovu rozvoj podľa posledného stĺpca}) \\ &= 3 \left(0(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} + 1(-1)^{2+3} \begin{vmatrix} -4 & -2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} + 2(-1)^{3+3} \begin{vmatrix} -4 & -2 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} \right) \\ &= 3(0 + (-1)(-16 + 10) + 2(4 - 6)) = 3(6 - 4) = 6\end{aligned}$$

Pozn.:

Súčet v exponente pri (-1) značí: *poradové číslo riadka* + *poradové číslo stĺpca*.

Ak $B(\sim A)$ vznikla z matice A pomocou ERO:

1. násobenia niektorého riadka číslom α , tak $\det B = \alpha \det A$,
2. vzájomnou výmenou dvoch riadkov, tak $\det B = -\det A$,
3. pričítaním násobku niektorého riadka k inému riadku, tak $\det B = \det A$.

Príklad 2: Vypočítajte determinant matice A , ak:

a) $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & -9 & 6 \\ -4 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned}
\det A &= \begin{vmatrix} 5 & 2 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & -9 & 6 \\ -4 & -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \stackrel{R_3 := \frac{1}{3}R_3}{=} 3 \begin{vmatrix} 5 & 2 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 & 2 \\ -4 & -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \stackrel{R_1 \leftrightarrow R_3}{=} (-3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & -2 & 3 \\ -4 & -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \\
&\stackrel{R_4 := R_4 + R_2}{=} (-3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \stackrel{R_2 := R_2 - 4R_1}{=} (-3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & -6 & 13 & -7 \\ 5 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \stackrel{R_3 := R_3 - 5R_1}{=} \\
&\stackrel{(-3)}{=} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & -6 & 13 & -7 \\ 0 & -8 & 13 & -7 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \stackrel{R_2 \leftrightarrow R_4}{=} (-3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -8 & 13 & -7 \\ 0 & -6 & 13 & -7 \end{vmatrix} \stackrel{R_3 := R_3 + 8R_2}{=} (-3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & -15 \\ 0 & -6 & 13 & -7 \end{vmatrix} \\
&\stackrel{R_4 := R_4 + 6R_2}{=} (-3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & -15 \\ 0 & 0 & 25 & -13 \end{vmatrix} \stackrel{R_4 := 29R_4}{=} (-3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & -15 \\ 0 & 0 & 725 & -377 \end{vmatrix} \stackrel{R_4 := R_4 - 25R_3}{=} \\
&\stackrel{3}{29} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \frac{3}{29} 29(-2) = -6
\end{aligned}$$

Iný postup:

$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} 5 & 2 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & -9 & 6 \\ -4 & -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} &= \dots = 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & -15 \\ 0 & 0 & 25 & -13 \end{vmatrix} = (\text{rozvoj podľa prvého stĺpca}) \\
&= 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 29 & -15 \\ 0 & 25 & -13 \end{vmatrix} = (\text{rozvoj podľa prvého stĺpca}) = 3 \begin{vmatrix} 29 & -15 \\ 25 & -13 \end{vmatrix} \\
&= 3(29(-13) - 25(-15)) = 3(25(15 - 13) + 4(-13)) = 3(50 - 52) = -6
\end{aligned}$$

b) $A = \begin{pmatrix} 13 & 12 & 11 \\ 24 & 23 & 22 \\ 35 & 34 & 33 \end{pmatrix}$

$$\det A = \begin{vmatrix} 13 & 12 & 11 \\ 24 & 23 & 22 \\ 35 & 34 & 33 \end{vmatrix} \stackrel{R_3 := R_3 + R_1}{=} \begin{vmatrix} 13 & 12 & 11 \\ 24 & 23 & 22 \\ 48 & 46 & 44 \end{vmatrix} \stackrel{R_3 := R_3 - 2R_2}{=} \begin{vmatrix} 13 & 12 & 11 \\ 24 & 23 & 22 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

c) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \stackrel{R_1 \leftrightarrow R_2}{=} (-1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \stackrel{R_2 := R_2 - 2R_1}{=} (-1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \\
R_3 &:= R_3 + R_2 \quad (-1) \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad R_3 \leftrightarrow R_4 \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad R_4 := R_4 + 4R_3 \\
&= \\
&\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 11 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad R_4 \leftrightarrow R_5 \quad (-1) \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 11 & 12 \end{vmatrix} \quad R_5 := R_5 - 11R_4 \quad (-1) \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -10 \end{vmatrix} \\
&= (-1)(-1)(-10) = -10
\end{aligned}$$

Iný postup:

$$\begin{aligned}
&\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (\text{rozvoj podľa prvého stĺpca}) = 2 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \\
&= (\text{prvý determinant: rozvoj podľa prvého stĺpca, druhý determinant: rozvoj podľa prvého riadku}) \\
&= 4 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \\
&= (\text{prvý determinant: rozvoj podľa prvého stĺpca, druhý determinant: rozvoj podľa prvého riadku}) \\
&= 2 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -4(4 - 3) - (6 - 0) = -4 - 6 \\
&= -10
\end{aligned}$$

Determinant regulárnej matice je rôzny od nuly.

Pre maticu $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n} (\mathbb{C}^{n \times n})$ označme $\tilde{a}_{ij} = (-1)^{i+j} \det A_{ij}$.

$\tilde{a}_{ij}$ sa nazýva **algebraický doplnok** prvku a_{ij} v matici A .

Nech $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n} (\mathbb{C}^{n \times n})$ je regulárna a nech $\text{adj } A = (\tilde{a}_{ij})^T$ (**matica adjungovaná** k matici A), potom:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{adj } A.$$

Príklad 3: Nájdite inverznú maticu k matici A , ak:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\det A = 3 \cdot 4 - 1 \cdot (-2) = 12 + 2 = 14$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{adj } A = \frac{1}{14} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{14} & \frac{-1}{14} \\ \frac{2}{14} & \frac{3}{14} \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 5 \\ -1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det A &= \begin{vmatrix} -3 & 2 & 5 \\ -1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \end{vmatrix} \stackrel{R_1 \leftrightarrow R_2}{=} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & 2 \end{vmatrix} \stackrel{(-1)}{=} \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & 2 \end{vmatrix} \\ &\stackrel{R_2 := R_2 + 3R_1}{=} \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & 2 \\ 4 & 2 & 2 \end{vmatrix} \stackrel{R_3 := R_3 - 4R_1}{=} \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & 2 \\ 0 & -2 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} = 30 + 4 = 34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A^{-1} &= \frac{1}{\det A} \operatorname{adj} A = \frac{1}{34} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{34} \begin{pmatrix} -4 & 6 & 7 \\ 6 & -26 & -2 \\ 2 & 14 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2}{17} & \frac{3}{17} & \frac{7}{34} \\ \frac{3}{17} & \frac{-13}{17} & \frac{-1}{17} \\ \frac{1}{17} & \frac{7}{17} & \frac{5}{34} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{c) } A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -6 & 2 \end{vmatrix} = -6 + 6 = 0$$

Matica A nemá inverznú, pretože nie je regulárna.

Poznámka:

Nech $A \in \mathbb{R}^{n \times n}(\mathbb{C}^{n \times n})$ je rôzna od nulovej matice. $\det A \neq 0$ práve vtedy, keď $h(A) = n$. Ak $\det A = 0$, tak $1 \leq h(A) < n$ a naopak.

Cramerovo pravidlo:

Ak $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}(\mathbb{C}^{n \times n})$ je regulárna a $\vec{b} \in \mathbb{R}^{n \times 1}(\mathbb{C}^{n \times 1})$, tak má sústava lineárnych rovníc $A\vec{x} = \vec{b}$ práve jedno riešenie $\vec{x}^T = \left(\frac{d_1}{d}, \frac{d_2}{d}, \dots, \frac{d_n}{d}\right)$, kde $d = \det A$ a d_j pre $j = 1, 2, \dots, n$ je determinant matice, ktorá vznikne z matice A zámenou stĺpca A_{*j} za $\vec{b}$ (pravú stranu).

Príklad 4: Riešte sústavu lineárnych rovníc Cramerovým pravidlom:

$$-3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0$$

$$-x_1 - x_2 + x_3 = 1$$

$$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4$$

Determinant matice sústavy $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 5 \\ -1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ sme vypočítali v **príklade 3b**), tj. máme:

$$d = \det A = 34.$$

Vypočítajme ostatné determinanty (napr. Sarusovým pravidlom):

$$d_1 = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \end{vmatrix} = (0 + 8 + 10) - (-20 + 0 + 4) = 34$$

$$d_2 = \begin{vmatrix} -3 & 0 & 5 \\ -1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 2 \end{vmatrix} = (-6 + 0 - 20) - (20 - 12 + 0) = -34$$

$$d_3 = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (12 + 8 + 0) - (0 - 6 - 8) = 34$$

Riešením sústavy potom bude:

$$x_1 = \frac{d_1}{d} = \frac{34}{34} = 1$$

$$x_2 = \frac{d_2}{d} = \frac{-34}{34} = -1$$

$$x_3 = \frac{d_3}{d} = \frac{34}{34} = 1$$

Domáca úloha

DÚ: Riešte sústavu lineárnych rovníc **Cramerovým pravidlom**:

$$-3x_1 + 2x_2 = 0$$

$$-2x_1 + 3x_2 = 5$$

Komentár: Úloha je za 1 prémiový bod, ktorý je určený pre všetkých riešiteľov, ktorí úlohu celú správne vyriešia. Riešenia môžu zasielať **všetci študenti predmetu M1E** (výhradne z univerzitného webmailu alebo stuba-gmailu) na adresu: michal.zakopcan@stuba.sk do piatku 16.10.2020, do 13:00, vo formáte pdf, jpg, jpeg, alebo png. Piatok 16.10.2020 o 13:00 je teda posledný možný termín na zaslanie vášho riešenia a získanie prémiového bodu, neskoršie poslané riešenia nebudú akceptované. Aby nedochádzalo k duplicitám, každý študent môže zaslať len jedno svoje riešenie. Nezabudnite na označenie študenta (meno, priezvisko).