1 [6 b.] a) Napíšte normálovú a všeobecnú rovnicu roviny ρ, ktorá obsahuje bod $A = [1,1,1]$ a je kolmá na priamku $p\colon (x,y,y) = (2,1,0) + t(1,-1,2)$, $t \in R$. b) Vypočítajte vektorový súčin $(1,-1,2) \times (1,0,1)$.

Normálový vektor $(a,b,c) = (1,-1,2)$ (smerový vektor priamky p).
normálová rovnica je $\underline{\rho\colon (x-1)-(y-1)+2(z-1)=0}$, všeobecná rovnica je $\underline{x-y+2z-2=0}$.

b) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \underline{(-1,1,1)}$

2. [4] Určte definičný obor funkcie $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$, funkciu inverznú k funkcii f a jej definičný obor.

$\underline{D(f) = R \setminus \{-1\}}$

$$y = \frac{2x-1}{x+1} \implies yx + y = 2x - 1 \implies x(y-2) = -y-1 \implies x = \frac{-y-1}{y-2}, \quad \underline{f^{-1}(x) = \frac{-x-1}{x-2}};\ \underline{D(f^{-1}) = R \setminus \{2\}}.$$

3. [8] Vzpočítajte: a) $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{2x^2+4x+9}$, b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^3-2x^2+1}{x^3+2x+5}$ c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \operatorname{arctg}(x^2+1)$, d) $(\sin x)'$, e) $(\sin^2 x)'$, f) $(\sin 2x)'$, g) $\left(\frac{\sin x}{x}\right)'$, h) $\left((x^2+1)e^x\right)'$.

a) $\lim\limits_{x\to 2} \sqrt{2x^2+4x+9} = \sqrt{25} = 5$, b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^3-2x^2+1}{x^3+2x+5} = 3$ c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \operatorname{arctg}(x^2+1) = \frac{1}{2}\pi$,
d) $(\sin x)' = \cos x$, e) $(\sin^2 x)' = 2\sin x \cos x$, f) $(\sin 2x)' = 2\cos 2x$,
g) $\left(\frac{\sin x}{x}\right)' = \dfrac{x\cos x - \sin x}{x^2}$, h) $\left((x^2+1)e^x\right)' = 2xe^x + (x^2+1)e^x = (x+1)^2e^x$.

4. [2] Nech $f\colon R \to R$; $f(1) = 0$, $f'(1) = 5$ a $g(x) = e^{f(x)}$. Vypočítajte $g'(1)$.
$g'(x) = e^{f(x)} f'(x)$, $g'(1) = e^{f(1)} f'(1) = 5e^0 = 5$.