Spojitosť funkcie

Definícia. *Nech* $f\colon A \to R$, $a \in A$ *je hromadný bod množiny* A. *Ak existuje* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$, *tak hovoríme, že funkcia* f *je spojitá v bode* a.

Definícia. *Nech* $\emptyset \neq M \subset A$. *Ak funkcia* $f\colon A \to R$ *je spojitá v každom bode množiny* M, *tak hovoríme, že* f *je spojitá na množine* M. *Ak* $M = A$, *tak hovoríme, že* f *je spojitá.*

Veta. *Nech* $f, g\colon A \to R$ *sú spojité funkcie v bode* $a \in A$. *Potom aj funkcie* $f + g, f \cdot g, |f|\colon A \to R$ *sú spojité* $a \in A$. *Ak* $a \in B = \{x \in A : g(x) \neq 0\}$, *tak aj* $\dfrac{f}{g}\colon B \to R$ *je spojitá funkcia v bode* a.

Poznámka. Všetky elementárne funkcie sú spojité.

Veta. *Nech* $f\colon A \to R$ *je spojitá funkcia v bode* $a \in A$, $g\colon B \to R$ *je spojitá funkcia v bode* $b = f(a) \in B$. *Potom zložená funkcia* $g \circ f\colon A \to R$ *je spojitá v bode* a.

Vlastnosti spojitých funkcií

Nech $a, b \in R,\ a < b,\ f\colon A \to R,\ \langle a, b\rangle \subset A$.

Definícia. *Hovoríme, že funkcia* f *je spojitá na intervale* $\langle a, b\rangle$, *ak* $f\big|_{\langle a,b\rangle}$ *je spojitá funkcia.*

Veta. *Ak funkcia* f *je spojitá na intervale* $\langle a, b\rangle$, *tak na* $\langle a, b\rangle$ *nadobúda minimum a maximum.*

Veta. *Nech funkcia* f *je spojitá na intervale* $\langle a, b\rangle$ *a nech* $f(a) \cdot f(b) < 0$. *Potom* $\exists\, c \in (a, b)\colon f(c) = 0$.

Veta. *Nech* I *je interval a* f *je spojitá funkcia na* I. *Potom* $f(I)$ *je buď jednoprvková množina alebo interval.*

Veta. *Nech* I, J *sú intervaly a* $f\colon I \to J$ *je spojitá bijekcia. Potom* $f^{-1}\colon J \to I$ *je spojitá funkcia.*