

9. domáca úloha - riešenie

(1.) Je

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}.$$

Ďalej

$$f'(x) = \left[\frac{x}{x^2-1} \right]' = \frac{1(x^2-1) - x \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2-1-2x^2}{(x^2-1)^2} =$$
$$= \frac{-x^2-1}{(x^2-1)^2}$$

Teda $f'(x) < 0$ pre všetky $x \in D(f)$. Preto funkcia nemá lokálne extrémumy. Máme tabuľku

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
f'	-	-	-
f	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$

Funkcia je teda klesajúca na intervaloch $(-\infty, -1)$, $(-1, 1)$ a $(1, \infty)$.

(2.) Je $f'(x) = 4x^3 + 6ax^2 + 3x$

$$f''(x) = 12x^2 + 12ax + 3 = 3(4x^2 + 4ax + 1)$$

Hľadáme také $a \in \mathbb{R}$, pre ktoré bude

$f''(x) \geq 0$ pre všetky $x \in \mathbb{R}$. Teda

$$4x^2 + 4ax + 1 \geq 0 \text{ pre všetky } x \in \mathbb{R}.$$

To bude vtedy, ak diskriminanta D bude

$$D \leq 0. \text{ Je } D = (4a)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 16(a^2 - 1),$$

teda musí byť $a^2 - 1 \leq 0$, $a^2 \leq 1$, $|a| \leq 1$,
 $a \in [-1, 1]$.

Pozor! Treba vziať $D \leq 0$, nerteoť $D < 0$.