

7. domáca úloha - riešenie

1.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^6 + x^4} - x^3) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^6 + x^4} - x^3)(\sqrt{x^6 + x^4} + x^3)}{\sqrt{x^6 + x^4} + x^3} =$$
$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + x^4 - x^6}{\sqrt{x^6 + x^4} + x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{\sqrt{x^6 + x^4} + x^3} =$$
$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{x^3 \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1} = \infty,$$

pretože $\lim_{x \rightarrow \infty} x = \infty$ a $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1 = 2 > 0$.

2.) Funkcia bude spojité v 0, ak

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

Je

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{-\frac{1}{2x}} = \lim_{y \rightarrow -\infty} e^y = 0,$$

teda

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2 + e^{-\frac{1}{2x}}} = \frac{1}{2 + \lim_{x \rightarrow 0} e^{-\frac{1}{2x}}} =$$
$$= \frac{1}{2 + 0} = \frac{1}{2}.$$

Stačí teda položiť

$$f(0) = \frac{1}{2}.$$