

2. domáce sloho - riešenie

$$\textcircled{1} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 & 0 & | & 10 \\ 1 & 2 & 0 & -1 & | & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -2 & | & 3 \end{pmatrix} \sim \frac{1}{2}R_1 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & | & 5 \\ 1 & 2 & 0 & -1 & | & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -2 & | & 3 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{matrix} R_2 - R_1 \\ R_3 - R_1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & | & 5 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & | & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & | & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{matrix} (-1)R_2 \\ (-\frac{1}{2})R_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & | & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & | & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{matrix} R_2 - R_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & | & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{matrix} R_1 - R_2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 1 \end{pmatrix}$$

Teda $x_4 = 1, x_3 = 3, x_2 = a, x_1 = 2 - 2a$ ($a \in \mathbb{R}$),
alebo inak zapísať $P = \{(2 - 2a, a, 3, 1), a \in \mathbb{R}\}$
[Existujú aj iné správne postupy.]

$\textcircled{2}$ Systém riešime podľa Gaussovej-Jordanovej metódy.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2p & | & -1 \\ 1 & 1 & -3p & | & 0 \\ 2 & 2 & -5p & | & 1 \end{pmatrix} \sim R_1 \leftrightarrow R_2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3p & | & 0 \\ 0 & 1 & -2p & | & -1 \\ 2 & 2 & -5p & | & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{matrix} R_3 - 2R_1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3p & | & 0 \\ 0 & 1 & -2p & | & -1 \\ 0 & 0 & p & | & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{matrix} R_1 + 3R_3 \\ R_2 + 2R_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 3 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & p & | & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{matrix} R_1 - R_2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 2 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & p & | & 1 \end{pmatrix}$$

Teda ak ~~$p = 0$~~ $p = 0$, systém nemá riešenie.
Nech teda $p \neq 0$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 2 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & p & | & 1 \end{pmatrix} \sim \frac{1}{p}R_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 2 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & \frac{1}{p} \end{pmatrix}$$

Teda ak $p \neq 0$, je $x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = \frac{1}{p}$
alebo inak zapísať $P = \{(2, 1, \frac{1}{p})\}$

Nech teraz $p=0$. Potom matrice je

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right).$$

Z posledného riadku vidíme, že vtedy
systém nemá riešenie.

Nech teraz $p \neq 0$.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & p & 1 \end{array} \right) \sim \frac{1}{p} R_3 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{p} \end{array} \right).$$

Teda vtedy má systém riešenie

$x_1=2, x_2=1, x_3=\frac{1}{p}$, alebo inak
zapisané $P = \{(2, 1, \frac{1}{p})\}$.

Záver:

- ak $p=0$, systém nemá riešenie
- ak $p \neq 0$, systém má jediné riešenie
 $x_1=2, x_2=1, x_3=\frac{1}{p}$ ($P = \{(2, 1, \frac{1}{p})\}$)