

Príklad 1.30 - antisymetrickosť

Zistite, či je relácia σ antisymetrická, pričom je definovaná takto:

$$\sigma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq y\},$$

antisym.
 $((x, y) \in \sigma \wedge (y, x) \in \sigma) \stackrel{?}{\Rightarrow} (x = y)$
 $(x \leq y \wedge y \leq x) \Rightarrow (x = y)$ platí!
 $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$
t.j. σ je antisym.

Príklad 000

A je množina ľudí. Relácia σ je daná takto:

$$\sigma = \{(x, y) \in A^2 : x \text{ je matkou } y\}$$

Zistite, či je σ reflexívna, symetrická, antisymetrická, tranzitívna.

sym. $(x, y) \in \sigma \not\Rightarrow (y, x) \in \sigma$
 $x \text{ je matkou } \not\Rightarrow y \text{ je matkou } x$ } NIE sym.

refl. $(x, x) \in \sigma \nexists x \in A$
 $"x \text{ je svojou vlastnou matkou } (\nexists x \in A)"$ } NIE refl.

tranzit. $(x, y) \in \sigma \wedge (y, z) \in \sigma \not\Rightarrow (x, z) \in \sigma$ NIE

antisym. $\forall x, y ((x, y) \in \sigma \wedge (y, x) \in \sigma) \not\Rightarrow (x = y)$

Príklad 001

Relácia σ je daná takto:

$0 \Rightarrow$ logicko $\{ph(V_9) = 1\}$

$$\sigma = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 : x \text{ dáva po delení tromi rovnaký zvyšok ako } y\}$$

➤ Overte, že σ je ekvivalenciou na $\mathbb{Z}$.

➤ Nájdite všetky triedy ekvivalencie σ .

refl. $(x, x) \in \sigma \nexists x \in \mathbb{Z}$ platí $(\nexists x \in \mathbb{Z} : x \text{ dáva po delení } 3 \text{ ten istý zvyšok ako } x)$

sym. $(x, y) \in \sigma \not\Rightarrow (y, x) \in \sigma$ platí $\nexists x, y \in \mathbb{Z}$
 $(x = 3k + 2 \wedge y = 3l + 2)$
 $k, l \in \mathbb{Z}$

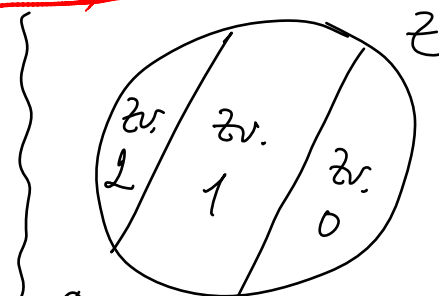
tranzit. $(x, y) \in \sigma \wedge (y, z) \in \sigma \not\Rightarrow (x, z) \in \sigma$ platí $\nexists x, y, z \in \mathbb{Z}$
 $z = 3m + 2$

σ je refl., sym. a tranzitívna,
teda σ je ekvivalencia (na $\mathbb{Z}$)

$\sigma(2)$

$$\sigma(1) = \{x \in \mathbb{Z} \mid \exists l \in \mathbb{Z}: x = 3l + 1\}$$

$\sigma(0)$



Príklad $\mathbb{Z}$ má
tri triedy ekvivalencie

Ďalšie príklady ekvivalencií

Príklad 010 A je množina výr. formúl. Relácia $\sim$ je daná takto:

$(a, b) \in \sim \Leftrightarrow a$ má také isté pravdivostné ohodnotenie ako b .

Príklad 011 A je množina B - výrazov. Relácia $\cong$ je daná takto:

$(U, V) \in \cong \Leftrightarrow U$ určuje tú istú B - funkciu ako V .

Kombinačné logické siete (str. 43)

- B - funkcie je možné realizovať (modelovať) pomocou rôznych technických prostriedkov (mechanických, hydraulických, **elektrických**, pneumatických,...)

- Základom je realizácia B - funkcií, ktoré tvoria úplný systém, napr. $\{\neg, \cdot, +\}$, $\{\downarrow\}$, ...

- Fyzikálne systémy, ktoré realizujú tieto základné B-funkcie, nazývame **(základné) logické členy** alebo **hradilá**.

Každý log. člen je charakterizovaný vzťahom medzi jeho vstupnými a výstupnými log. premennými.

Vstupné premenné sú nezávislé

a výstupné premenné sú závislé

premienné tej booleovskej funkcie, ktorú daný logický člen realizuje.

- 2 spôsoby v elektrických systémoch

- Prítomnosť el. prúdu (napätia) ... hodnota 1

neprítomnosť hodnota 0

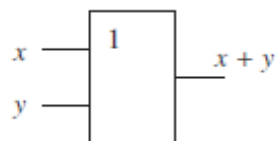
- základnou zložkou logických členov sú obvykle kontaktné relé

- Technické zariadenia schopné prevádzky pri dvoch (značne) odlišných hladinách el. napätia... H/L

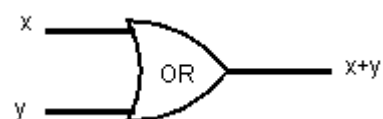
- na konštrukciu log. členov používajú polovodičové diódy a tranzistory

Súčtový logický člen OR realizuje B-funkciu $f(x, y) = x + y$.

Jeho značka je

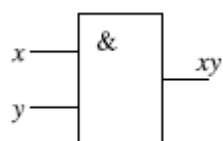


a tiež

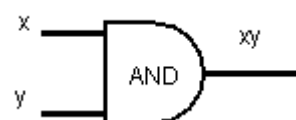


Súčinový logický člen AND realizuje B-funkciu $f(x, y) = xy$.

Značka je

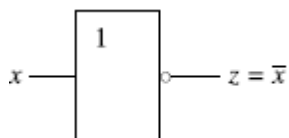


a tiež



Logický člen negátor NOT realizuje B-funkciu $f(x) = \bar{x}$.

Značka je

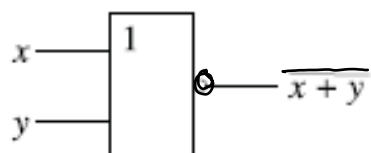


a tiež

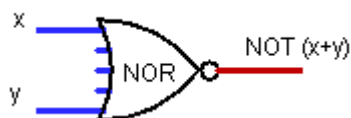


Logický člen NOR realizuje Pierceovu fciu $p(x, y) = \overline{x + y} = x \downarrow y$.

Značka je

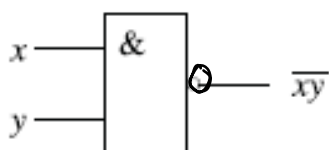


a tiež



Logický člen NAND realizuje Shefferovu fciu $s(x, y) = \overline{xy} = x \uparrow y$.

Značka je



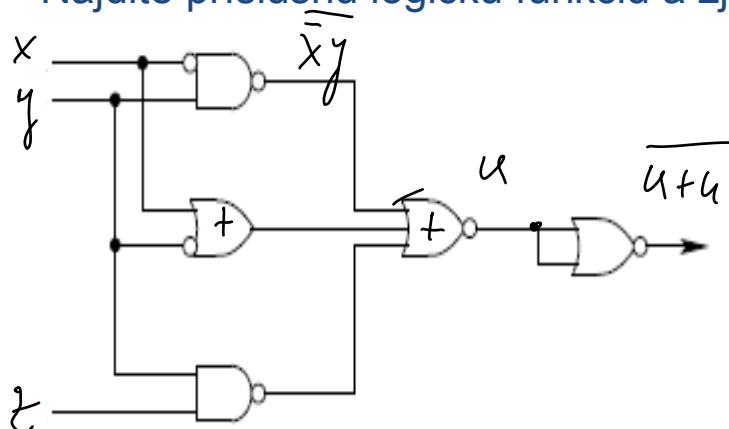
a tiež



Poznámka Negácia na vstupe sa niekedy označuje °.

Príklad 5° Trouvez la fonction F correspondant au schéma logique suivant et simplifiez-la :

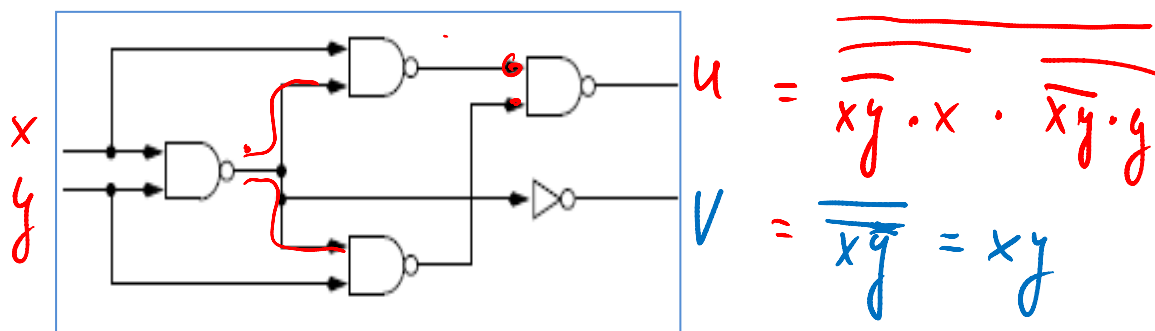
Nájdite príslušnú logickú funkciu a zjednodušte ju:



$$\overline{\overline{xy} + (x + \bar{y}) + \bar{y}z}$$

Príklad 4° Déterminer la fonction logique réalisée par le circuit ci-dessous :

Nájdite logickú funkciu, ktorá je realizovaná nasledovným obvodom:



$$u = \overline{xy \cdot x \cdot \overline{xy} \cdot y}$$

$$v = \overline{xy} = xy$$

