

**Príklad** (nepovinná DÚ z minulej prednášky)

$$f(x, y, z) = \overline{x + y} \cdot z + y \cdot (x + \bar{z})$$

Nájdite  $UNDF(f)$  aj  $UNKF(f)$  iba úpravami.

**Príklad**

$$g(x, y, z) = (\overline{x + \bar{y}})z$$

Nájdite  $UNDF(g)$ ,  $UNKF(g)$  - z nich aspoň jednu iba úpravami.

**Príklad 2.15.** skriptá**Príklad** (nepovinná DÚ)

Nájdite  $UNKF(g)$  iba úpravami, ak  $g(x, y, z) = xy + \bar{x}\bar{y}z$ .

**Otázka z minulej prednášky:**

Platia predchádzajúce Implikácie aj naopak, t.j.

ak  $U + W \cong V + W$  potom  $U \cong V$  (a ďalšie)?

# Normálna disjunktívna forma (str. 36 el.skriptá)

## Poznámka

- Dáva informácie o jednotkových bodoch B-funkcie.
- Tak ako UNDF, aj toto je súčet súčinov, ale jednotlivé sčítance (súčinové členy) nemusia byť elementárne:
- ...inými slovami, NDF môže ale nemusí byť úplná (UNDF).

## Definícia 2.14.

**Súčinovým členom**  $n$  premenných  $x_1, \dots, x_n$  nazývame B-výraz

$$S(x_1, \dots, x_n) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \dots \cdot \alpha_n,$$

kde  $\alpha_i \in \{x_i, \bar{x}_i\}$  pre  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

**Príklad 2.16.** Súčinové členy  $n$  premenných:

Súčinových členov 2 premenných je.....

Súčinových členov 3 premenných je

Súčinových členov  $n$  premenných je , pretože

**Definícia 2.15.** Každý B-výraz  $n$  premenných  $x_1, \dots, x_n$ , ktorý má tvar

$$U(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1} c_k S_k(x_1, \dots, x_n),$$

kde  $c_k \in \{0,1\}$ , nazývame **normálna disjunktívna forma** tohto výrazu a tiež *NDF* príslušnej B-funkcie.

### Poznámka – Otázka???

Ktoré tvrdenia budú pravdivé aj pre súčinové členy (nie nutne elementárne) a pre *NDF* (nie nutne úplné)?

- Každý elementárny súčinový člen  $n$  premenných určuje práve jeden jednotkový bod?
- každý jednotkový bod zodpovedá práve jednému elementárnemu súčinovému členu?
- **Veta 2.7.** Jednotkové body ľubovoľných dvoch súčinových členov sú rôzne?
- **Veta 2.8.** Každé dve rôzne *NDF* určujú dve rôzne booleovské funkcie?
- **Veta 2.9.** Každá B-funkcia je určená niektorou *NDF*?

**Príklad**

Nájdite nejakú *NDF* funkcie  $f$ , ak  $J(f) = \{110, 100, 001, 000\}$ .

**Príklad**

Nájdite nejakú *NDF* funkcie  $\bar{f}$  z predch. príkladu.

**Príklad**

Nájdite nejakú *NDF* a nejakú *NKF* funkcie  $f(x, y, z) = \overline{\overline{x + y} \cdot z}$ .

# Normálna konjunktívna forma

---

## Poznámka

- Dáva informácie o ..... bodoch B-funkcie.
- Tak ako UNKF, aj toto je....., ale jednotlivé súčtové členy nemusia byť elementárne:
- ...inými slovami, NKF môže ale nemusí byť UNKF.

## Definícia 2.16.

**Súčtovým členom**  $n$  premenných  $x_1, \dots, x_n$  nazývame B-výraz

$$T(x_1, \dots, x_n) = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n,$$

kde  $\alpha_i \in \{x_i, \bar{x}_i\}$  pre  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

**Príklad 2.17.** Súčtové členy  $n$  premenných:

Súčtových členov 2 premenných je.....

Súčtových členov 3 premenných je

Súčtových členov  $n$  premenných je , pretože

**??? Poznámka** (duálna k Poznámke pre NDF)

Ktoré tvrdenia budú pravdivé aj pre súčtové členy (nie nutne elementárne) a pre NKF (nie nutne UNKF)?

- Každý elementárny súčtový člen  $n$  premenných určuje práve jeden nulový bod?
- Každý nulový bod zodpovedá práve jednému elementárnemu súčtovému členu?
- Nulové body ľubovoľných dvoch súčtových členov sú rôzne?
- Každé dve rôzne NKF určujú dve rôzne B-funkcie?
- **Veta 2.11.** Každá B-funkcia je určená niektorou NKF?

**Definícia 2.17.** Každý B-výraz  $n$  premenných  $x_1, \dots, x_n$ , ktorý má tvar

$$V(x_1, \dots, x_n) = \prod_{k=1}^{3^n} (c_k + T_k(x_1, \dots, x_n)),$$

kde  $c_k \in \{0,1\}$ , nazývame **normálna konjunktívna forma** tohto výrazu a tiež NKF príslušnej B-funkcie.

**Príklad**

$f(x, y, z) = (z + y) \cdot (x + \bar{z})$ . Nájdite inú NKF( $f$ ) iba úpravami.

(Sme na str.38)

## Binárne relácie str.16

---

**Definícia 1.21.** Binárnou reláciou (reláciou) na množine  $A$  nazývame ľubovoľnú podmnožinu karteziánskeho súčinu  $A \times A$ .

### Poznámka

Máme teda relácie  $\sigma \subset A \times A$ ,  $r \subset A \times A$ , ...

### Poznámka 1.5.

Ak je  $\sigma$  binárna relácia na množine  $A$  a ak  $(x, y) \in \sigma$ , tak hovoríme, že prvok  $x$  je v relácii  $\sigma$  s prvkom  $y$ .

Namiesto  $(x, y) \in \sigma$  píšeme aj  $x\sigma y$ .

**Definícia 1.22.** Relácia  $\sigma$  na množine  $A$  sa nazýva

- reflexívna, ak  $\forall x \in A: (x, x) \in \sigma$
- symetrická, ak  $\forall x, y \in A: (x, y) \in \sigma \Rightarrow (y, x) \in \sigma$ ,
- antisymetrická, ak  $\forall x, y \in A: (x, y) \in \sigma \wedge (y, x) \in \sigma \Rightarrow x = y$ ,
- tranzitívna, ak  $\forall x, y, z \in A: (x, y) \in \sigma \wedge (y, z) \in \sigma \Rightarrow (x, z) \in \sigma$ .

**Definícia 1.23.** Binárna relácia na množine  $A$ , ktorá je

- reflexívna,
- symetrická
- a tranzitívna,

sa nazýva **ekvivalencia** (relácia ekvivalencie) na množine  $A$ .

**Poznámka 1.6.** Ak je  $\sim$  relácia ekvivalencie a  $(x, y) \in \sim$ , tak budeme hovoriť, že **x je ekvivalentné s y**.

**Definícia 1.24.**

Nech  $\sigma$  je relácia ekvivalencie na množine  $A$  a nech  $a \in A$ .

Potom množinu  $\sigma(a) = \{x \in A; a \sigma x\}$  nazývame

**triedou ekvivalencie prvku  $a$ .**

**Príklad 1.30.** Zistite, či je relácia  $\sigma$ , ktorá je definovaná takto:

$\sigma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x \leq y\}$  reflexívna, symetrická, antisymetrická, tranzitívna.