

Oznamy:

- V pondelok bude prednáška v AB 300, klasická tabuľa 😊
- Dnes nebudú konzultácie.
- Študenti API aj všetci ostatní môžu tento aj budúci týždeň prísť nielen na svoje, ale aj na iné cvičenia (....)

Izomorfizmus automatov

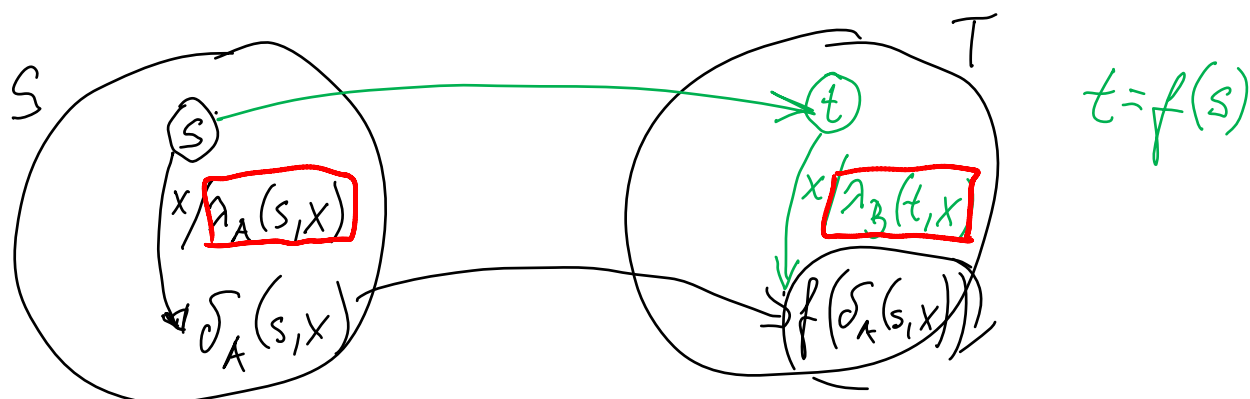
Definícia 3.16.

Nech $A = (S, X, Z, \delta_A, \lambda_A)$ a $B = (T, X, Z, \delta_B, \lambda_B)$ sú automaty.

Ak existuje bijekcia $f: S \rightarrow T$ taká, že

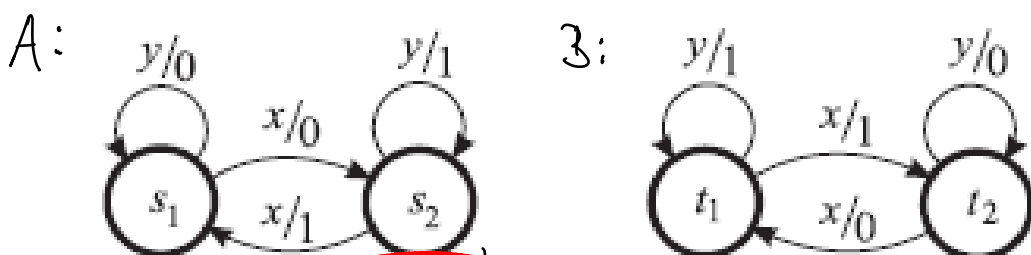
- 1) $f(\delta_A(s, x)) = \delta_B(f(s), x) \quad \forall s \in S \forall x \in X$ a zároveň
- 2) $\lambda_A(s, x) = \lambda_B(f(s), x) \quad \forall s \in S \forall x \in X$,

tak hovoríme, že **automaty A a B sú izomorfné**.



Príklad 3.24

Overte, že automaty A, B sú izomorfné (použijeme tabuľky).



A	δ_A		λ_A	
	x	y	x	y
s_1	s_2	s_1	0	0
s_2	s_1	s_2	1	1

$f(A)$	δ_A		λ_A	
	x	y	x	y
$f(s_1) = t_2$	t_1	t_2	0	0
$f(s_2) = t_1$	t_2	t_1	1	1

B	δ_B		λ_B	
	x	y	x	y
t_1	t_2	t_1	1	1
t_2	t_1	t_2	0	0

Áno, A, B sú izomorfné.

$f: \{s_1, s_2\} \rightarrow \{t_1, t_2\}$

Veta 3.9. (bez dôkazu)

Ak sú dva konečné automaty izomorfné, tak sú ekvivalentné.

??? Platí aj opačné tvrdenie? (skriptá)

Nie, napr. ak $|S_A| \neq |S_B|$ a pritom A, B ekvivalentné!
Vtedy $\nexists$ bijekcia $S_A \rightarrow S_B$.

Veta 3.10. (bez dôkazu)

Dva konečné automaty sú ekvivalentné práve vtedy, keď sú ich redukované automaty izomorfné.

Poznámka

- Pri dokazovaní, že sú dva konečné automaty ekvivalentné, môžete použiť Vetu 3.10. – na záver však musíte definovať bijekciu (izomorfizmus) medzi množinami stavov redukovaných automatov.
- Jednoduchšie je nájsť redukovaný automat ku $A \cup B$, ako sme to robili pred týždňom.

Oprava 2. zápočtovej písomky (skupina 13:30)

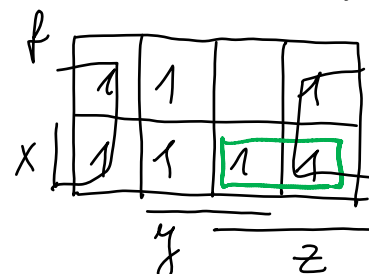
Úloha 1

Pre B-funkciu $f(x, y, z) = \overline{(x + y) \cdot (x + \bar{z})} = \overline{x + y} + \overline{x + \bar{z}} = \bar{x} \cdot \bar{y} + x + \bar{z}$

1) Nakreslite Karnaughovu mapu

2) Je xz prostý implikant funkcie f ?

Je to jej nevyhnutný prostý implikant?



Svoje odpovede zdôvodnite.

xz nie je PI, lebo je súčasťou x -- toto je PI
 $\hookrightarrow xz$ nie NPI

3) Vypíšte všetky prosté implikanty $x, \bar{z}, \bar{y}$

4) $MNDF(f) = x + \bar{y} + \bar{z}$

5) $MNKF(f) = x + \bar{y} + \bar{z}$

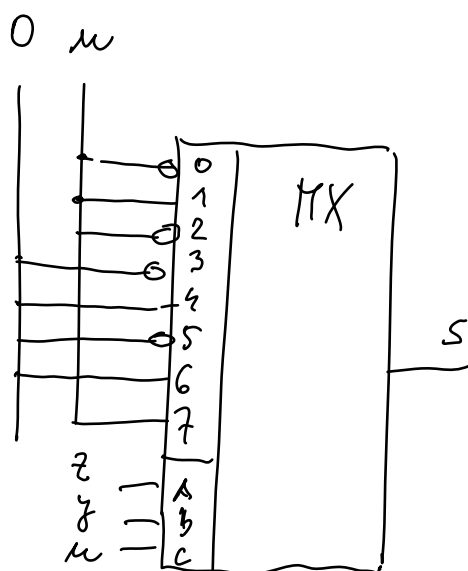
$$MNDF(\bar{f}) = \bar{x} y z$$

Úloha 2

Pomocou multiplexora s 3 adresovými vstupmi realizujte funkciu

$g(x, y, z, u)$, ktorá je daná Karnaughovou mapou.

CBA				g	
x	y	z	u	g	$\bar{g}$
0	0	0	0	1	$\bar{g}$
0	0	0	1	0	$\bar{g}$
0	0	1	0	0	$\bar{g}$
0	0	1	1	1	$\bar{g}$
0	1	0	0	1	$\bar{g}$
0	1	0	1	1	$\bar{g}$
0	1	1	0	0	$\bar{g}$
0	1	1	1	0	$\bar{g}$
1	0	0	0	0	$\bar{g}$
1	0	0	1	0	$\bar{g}$
1	0	1	0	0	$\bar{g}$
1	0	1	1	0	$\bar{g}$
1	1	0	0	0	$\bar{g}$
1	1	0	1	0	$\bar{g}$
1	1	1	0	0	$\bar{g}$
1	1	1	1	0	$\bar{g}$



g				z		u	
x	y	z	u	g	$\bar{g}$	z	u
0	0	0	0	1	$\bar{g}$	1	1
0	0	0	1	1	$\bar{g}$	1	1
0	0	1	0	1	$\bar{g}$	1	1
0	0	1	1	1	$\bar{g}$	1	1
0	1	0	0	1	$\bar{g}$	1	1
0	1	0	1	1	$\bar{g}$	1	1
0	1	1	0	1	$\bar{g}$	1	1
0	1	1	1	1	$\bar{g}$	1	1
1	0	0	0	1	$\bar{g}$	1	1
1	0	0	1	1	$\bar{g}$	1	1
1	0	1	0	1	$\bar{g}$	1	1
1	0	1	1	1	$\bar{g}$	1	1
1	1	0	0	1	$\bar{g}$	1	1
1	1	0	1	1	$\bar{g}$	1	1
1	1	1	0	1	$\bar{g}$	1	1
1	1	1	1	1	$\bar{g}$	1	1

Úloha 3

Automat A je daný tabuľkou.

$$1) \hat{\delta}(F, bacaca) = E$$

$$\hat{\lambda}(F, bacaca) = 411224$$

2) Existuje Mooreov automat B,

ktorý je silno ekvivalentný s automatom A?

a) Ak nie, zdôvodnite.

b) Ak áno, nakreslite graf a tabuľku automatu B.

A	δ			λ		
	a	b	c	a	b	c
F	F	E	E	2	4	4
E	D	L	E	1	2	4
L	E	L	L	4	2	2
D	L	E	D	2	4	1



B	μ	
F	2	↓
E	4	
L	2	
D	1	

Fyzikálna realizácia automatov

Booleovské funkcie

- NDF, *NKF, UNDF, UNKF, MNDF, MNKF, INDF, ---*
Shefferova, Pierceova (S-výrazy, P-výrazy), AND, OR, NOT, NOR, NAND
- Ak poznáme vstup (vstupný vektor), jednoznačne určíme výstup (výstupný vektor). Toto je **ANALÝZA**.
- Príslušné obvody voláme *.....* **kombinačné log. obvody**.

Automaty

- Aj automaty sa dajú zostaviť pomocou logických obvodov.
- Teraz však výstup nezávisí iba od vstupu, ale aj do stavu, v ktorom sa automat nachádza
 - vstupné premenné
 - stavové premenné Toto je **syntéza**.
- Takéto obvody voláme **sekvenčné**.
- Sú to obvody s pamäťou.

??? Ako pretransformujeme automaty do logických sietí?

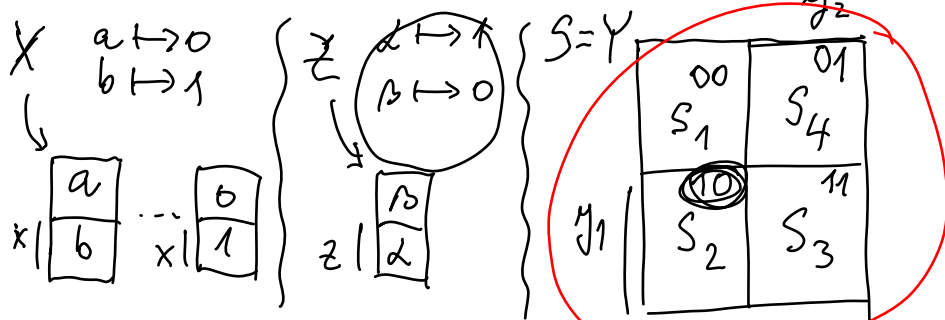
Tak, že ich zakódujeme do 0, 1.

Príklad

Daný automat A zakódujte do 0,1. Nakreslite príslušnú logickú sieť.

A	δ_A		λ_A	
	a	b	a	b
s_1	s_2	s_1	α	β
s_2	s_1	s_2	β	β
s_3	s_4	s_3	α	α
s_4	s_1	s_4	α	β

$$S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}, X = \{a, b\}, Z = \{\alpha, \beta\}$$



$\tilde{A}$	$\tilde{\delta}$	$\tilde{\lambda}$
00	10	01
10	00	10
11	01	11
01	00	01

výstupná funkcia z

Karnaughove mapy funkcií y_1, y_2, z

y_1

x	0	1
y_2	1	0
000	0	1
100	0	1
110	0	1
010	0	0

y_2

x	0	1
y_1	0	0
010	0	0
110	1	1
010	0	0

z

x	0	1
y_1	1	0
010	0	0
110	1	1
010	1	0

$$\delta_A: S \times X \rightarrow S$$

$$\tilde{\delta}_A: \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^1 \rightarrow \mathbb{Z}^2$$

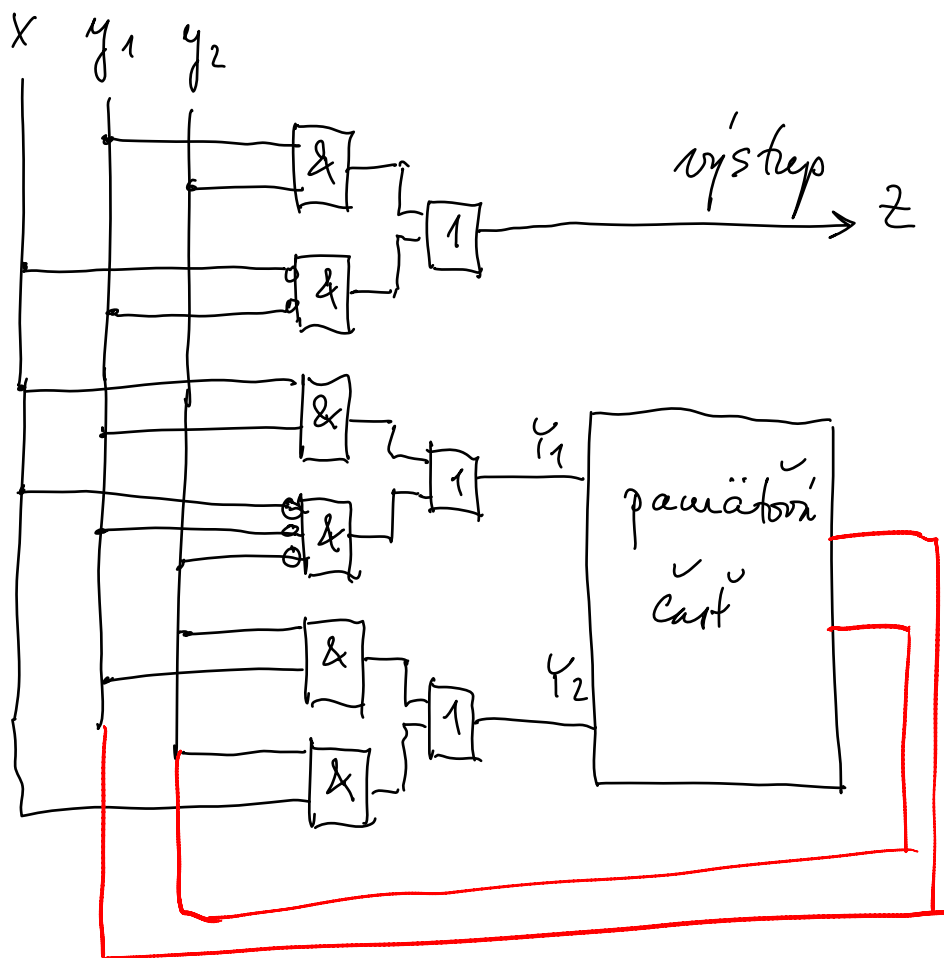
$$\mathbb{Z}^3 \rightarrow \mathbb{Z}^2$$

$$(y_1, y_2, x) \mapsto (y_1, y_2)$$

budiacie funkcie

Najdeme MNDF funkcií y_1, y_2, z .

$$y_1 = xy_1 + \bar{x}\bar{y}_1\bar{y}_2 \quad \parallel \quad y_2 = y_1y_2 + xy_2 \quad \parallel \quad z = y_1y_2 + \bar{x}\bar{y}_1$$



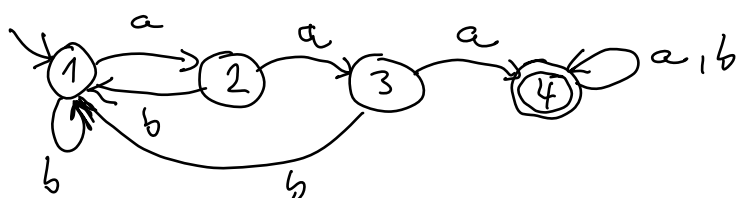
$$Y_1 = xy_1 + \bar{x}\bar{y}_1\bar{y}_2$$

$$Y_2 = y_1y_2 + xy_2$$

Příklad Akceptor nad abecedou $X = \{a, b\}$ přijímá
len a len tie slova, ktoré obsahujú "aaa".

1) Navrhnete A.

2) Zakódujte A do B^n a nakreslite log. sieť.



$\bar{A}$	$\bar{a}$		$\bar{b}$	
	a	b	a	b
1	2	1	0	0
2	3	1	0	0
3	4	1	1	0
4	4	4	1	1

Tabuľku nakreslíme nie pre A,

ale pre automát $\bar{A}$ ktorý je s ním silno ekvív. (Really)

zakódujeme: Z zachováme

X

a
b

$a \mapsto 0$
 $b \mapsto 1$

Y

	y_2
	1 4
y_1	2 3

1	$\mapsto$	00
2	$\mapsto$	10
3	$\mapsto$	11
4	$\mapsto$	01

Úloha 1 (12:50)

$xy, \bar{x}\bar{y}, yz, \bar{y}\bar{z}$ sú niektoré PI funkcie $f(x, y, z, u)$, zároveň spoločne pokrývajú celú funkciu f .

1) Vyplňte Karnaughovu mapu funkcie f .

2) Je $x\bar{z}u$ prostý implikant funkcie f ?

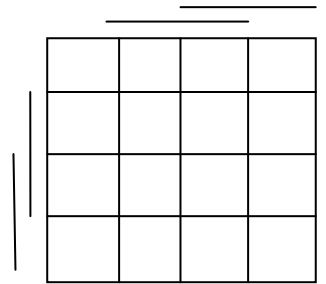
Je to jej nevyhnutný prostý implikant?

Svoje odpovede zdôvodnite.

3) Vypíšte všetky prosté implikanty funkcie f .

4) Nájdite jadro funkcie f .

5) *Pozor, teraz sa nespýtame na $MNDF(f)$. $MNKF(f) =$*



Úloha 2

Pomocou multiplexora s 2 adresovými vstupmi realizujte funkciu $g(x, y, z)$, ktorá je definovaná takto:

$$g(x, y, z) = 1 \quad \text{práve vtedy, keď} \quad (x = y \text{ alebo } x = \bar{z}).$$

Úloha 3

Akceptor $\mathcal{A}$ so vstupnou abecedou $X = \{a, b, c\}$ akceptuje (prijíma) slová, ktoré majú na konci "bab".

Žiadne iné slová neakceptuje.

a) Napíšte formálny zápis jazyka $L(\mathcal{A})$ ako množiny.

b) Nakreslite stavový diagram (graf) akceptora $\mathcal{A}$.

c) Zostrojte jeho tabuľku.

d) Ktoré slovo priradí rozšírená výstupná funkcia $\hat{\mu}$ slovu $acbabab$ (začíname v počiatočnom stave) ?

(porovnajete so zadáním aj so svojím akceptorom)

Úloha (14:10)

$f(x, y, z, u) = x + y + \bar{z} + \bar{u}$. Nájdite $MNDF(f)$ a $MNKF(f)$ ako i $MNDF(\bar{f})$ a $MNKF(\bar{f})$.

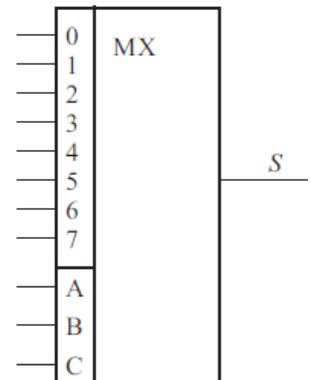
Môžete ale nemusíte použiť algoritmus PI, NPI,... Ak nepoužijete algoritmus, svoju odpoveď zdôvodnite.

Úloha 2

$f(x, y, z, u)$ je definovaná pomocou multiplexora s 3 adresovými vstupmi.

a) Nájdite $UNDF(f)$.

b) Nakreslite Karnaughovu mapu funkcie f .

**Úloha 3**

Akceptor $\mathcal{A}$ nad abecedou $X = \{a, b, c\}$ akceptuje (prijíma) len a len tie slová, ktoré:
obsahujú párny počet písmen b a zároveň končia na b .

a) Napíšte všetky 4-písmenové slová, ktoré patria do jazyka generovaného týmto akceptorom.

b) Nakreslite stavový diagram (graf) akceptora $\mathcal{A}$.

c) Zostrojte jeho tabuľku.

Bonusová úloha [2b] $f(x_1, \dots, x_n)$, $g(x_1, \dots, x_n)$ sú booleovské funkcie a $f + g$ je funkcia *súčet*. Rozhodnite, či platí:

$$MNDF(f + g) = MNDF(f) + MNDF(g).$$

Dokážte. (*Dôkaz stačí urobiť pre $n=4$.*)