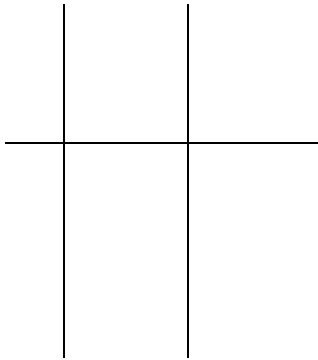


Príklad (tento sme na minulej prednáške preskočili)

$A = (S, X, Z, \delta, \lambda)$, kde $X = \{x, y\}$, $Z = \{4, 2\}$, $S = \{s, t, u\}$,

1) Nakreslite graf a zostrojte tabuľku automatu A.

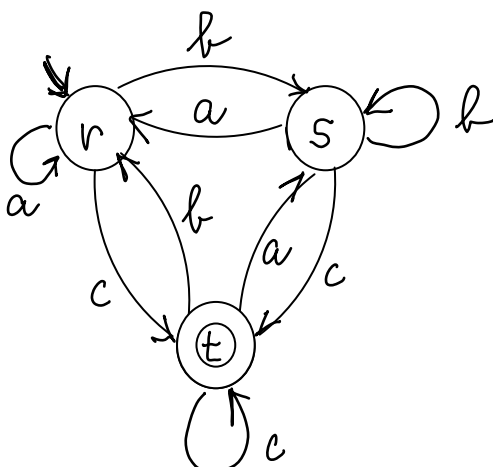


2) Nájdite

3) Existuje k automatu A silno ekvivalentný Mooreov automat?
Zdôvodnite.

Príklad

Definujte jazyk $L(A)$ akceptovaný akceptorom A, ktorý je daný:



(výťah na bloku A?)

!!! Chyby na str.91

V nasledujúcich úlohách nakreslite graf a tabuľku akceptora A.

Ú1 $X = \{a, b\}$, $L(A) = \{babw; w \in X^+\} \cup \{bab\} =$

t.j. do $L(A)$ patria všetky slová, ktoré

Žiadne iné slová do $L(A)$ nepatria.

Ú2 $X = \{a, b, c\}$, A akceptuje len a len tie slová, ktoré obsahujú reťazec abc .

Formálny zápis $L(A) =$

Ú3 $X = \{a, b, c\}$, $L(A)$ obsahuje všetky slová, ktoré končia reťazcom ca . Iné slová neobsahuje.

Formálny zápis $L(A) =$

Ú4 $X = \{a, b, c\}$, A akceptuje len a len slová, v ktorých sa písmeno a vyskytuje párny počet krát, a žiadne iné.

Formálny zápis $L(A) =$

redukcia

Ú5 (!!!) $X = \{a, b, c\}$, A akceptuje len a len tie slová, v ktorých za každým a nasleduje c .

Ekvivalencia automatov (automaty rovnakého typu)

Cieľ: zmenšiť počet stavov v automate na minimum.

Definícia 1.22. (5.prednáška) Relácia σ na množine A sa nazýva

- reflexívna, ak $\forall x \in A: (x, x) \in \sigma$.
- symetrická, ak $\forall x, y \in A: (x, y) \in \sigma \Rightarrow (y, x) \in \sigma$.
- antisymetrická, ak $\forall x, y \in A: (x, y) \in \sigma \wedge (y, x) \in \sigma \Rightarrow x = y$.
- tranzitívna, ak $\forall x, y, z \in A: (x, y) \in \sigma \wedge (y, z) \in \sigma \Rightarrow (x, z) \in \sigma$.

Definícia 1.23. Binárna relácia na množine A , ktorá je

- reflexívna, symetrická a tranzitívna,

sa nazýva **ekvivalencia** (relácia ekvivalencie) **na množine A** .

Definícia 1.24.

Nech σ je relácia ekvivalencie na množine A a $a \in A$. Potom množinu $\sigma(a) = \{x \in A; a\sigma x\}$ nazývame **triedou ekvivalencie prvku a** .

Definícia 1.25.

Nech A je neprázdna množina. **Rozklad množiny A** je každý taký systém $T = \{M_i\}_{i=1}^n$ podmnožín $M_i \subset A$, pre ktorý platí

- $\forall i = 1, \dots, n: M_i \neq \emptyset$
- $\forall i \neq j: M_i \cap M_j = \emptyset$
- $\bigcup_{i=1}^n M_i = A$.

Prvky množiny T sa nazývajú **triedy rozkladu** množiny A .

Poznámka

Nech A je neprázdna množina, nech σ je ekvivalencia na A .

Rozklad množiny A **indukovaný ekvivalenciou** σ je taký rozklad, kde sú v jednotlivých množinách M_i prvky navzájom ekvivalentné v tejto ekvivalencii.

Príklad

$T = \{\{1, g\}, \{\epsilon, 4, 7, w\}, \{*\}\}$ je rozklad množiny B indukovaný ekvivalenciou σ . Nájdite B a σ .

Poznámka

- Silná ekvivalencia automatov nie je reláciou ekvivalencie.

Prečo?

Definícia 3.13.

Nech A, B sú Mealyho automaty, pričom $A = (S, X, Z, \delta, \lambda)$
a $B = (S, X, Z, \delta, \lambda)$. Hovoríme, že **A je ekvivalentný s B** , keď

$$\forall s \in S_A \exists t \in S_B: s \sim t \quad \wedge \quad \forall t \in S_B \exists s \in S_A: t \sim s$$

??? Ako definujeme ekvivalentné stavy ???

Definícia 3.11.

Nech A, B sú Mealyho automaty, pričom $A = (S, X, Z, \delta, \lambda)$
a $B = (S, X, Z, \delta, \lambda)$. Nech $s \in S_A$ a $t \in S_B$.

Hovoríme, že **stavy s, t sú ekvivalentné**, keď

$$\hat{\lambda}_A(s, w) = \hat{\lambda}_B(t, w) \quad \forall$$

Píšeme $s \sim t$.

Poznámka

- Aj v prípade, že $A = B$, čiže stavy s, t sú z toho istého automatu, môžeme uvažovať o ich ekvivalentnosti.
- Namiesto $s \sim t$ budeme pre $s, t \in S_A$ písať sEt .

Poznámka

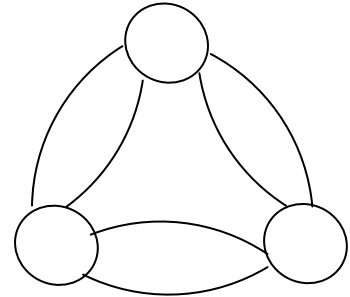
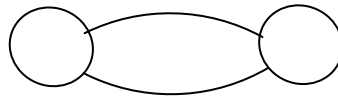
Ekvivalentné automaty sú teda

- Mealyho automaty, pre ktoré platí:
- majú rovnaké vstupné abecedy a rovnaké výstupné abecedy
- ku každému stavu z A existuje stav z B , ktorý s ním je ekvivalentný, a naopak.

Toto je naozaj relácia ekvivalencie na množine

Príklad

1) Platí $s_1 \sim t_2$? Zdôvodnite.



2) Platí $s_1 E s_2$? Zdôvodnite.

Definícia 3.12.

Automat A nazývame **redukovaný automat** (t.j. **minimálny** v zmysle počtu stavov), ak žiadne dva jeho stavy nie sú ekvivalentné.

Poznámka

- Ak je automat A redukovaný, tak každý jeho stav je ekvivalentný
- Nech $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ je množina stavov. Rozklad tejto množiny na triedy ekvivalencie je teda

Príklady - akceptory

V každej z nasledujúcich úloh je $L(A)$ jazyk nad abecedou $X = \{a, b\}$.

Navrhňte konečný akceptor (ak existuje), ktorý akceptuje jazyk $L(A)$.

- 1) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich nepárny počet písmen ***b***.
- 2) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich párný počet písmen ***a***.
- 3) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich aspoň 4 písmená ***a***.
- 4) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich podslovo ***aaa***.
- 5) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré majú na začiatku podslovo ***aaa***.
- 6) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré končia podslovom ***aaa***.
- 7) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré začínajú na ***a*** a končia na ***b***.
- 8) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich podslovo ***ababb***.
- 9) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré majú na začiatku podslovo ***ababb***.
- 10) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré končia podslovom ***ababb***.
- 11) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich nepárny počet písmen ***b*** a párný počet písmen ***a***.
- 12) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich nepárny počet písmen ***b*** alebo párný počet písmen ***a***.
- 13) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich podslovo ***ababb*** a párný počet písmen ***a***.
- 14) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré majú na začiatku podslovo ***ab*** a na konci podslovo ***bb***.
- 15) $L(A) = \{a, aba, \Delta\}$.
- 16) $L(A) = \{ba^i, i \geq 2\}$, pričom ***baⁱ*** je slovo ***baa...a***.
- 17) $L(A)$ je jazyk slov, kde tretie písmeno je ***a*** a predposledné ***b***.
- 18) $L(A)$ je jazyk slov, kde tretie písmeno je ***a*** alebo predposledné ***b***.

19) $L(A) = \{a^m, \exists k \geq 0: m = 6k + 2\}.$

20) $L(A) = \{a^i b^i; i = 0, 1, \dots\}.$

V nasledujúcich úlohách je $L(A)$ jazyk nad abecedou $X = \{a, b, c\}.$

21) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich podslovo ***abcb***.

22) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré majú na začiatku podslovo ***abcb***.

23) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré majú na koci podslovo ***abcb***.

24) Úlohy 1) - 18) s abecedou $X = \{a, b, c\}.$