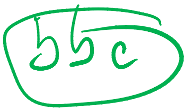
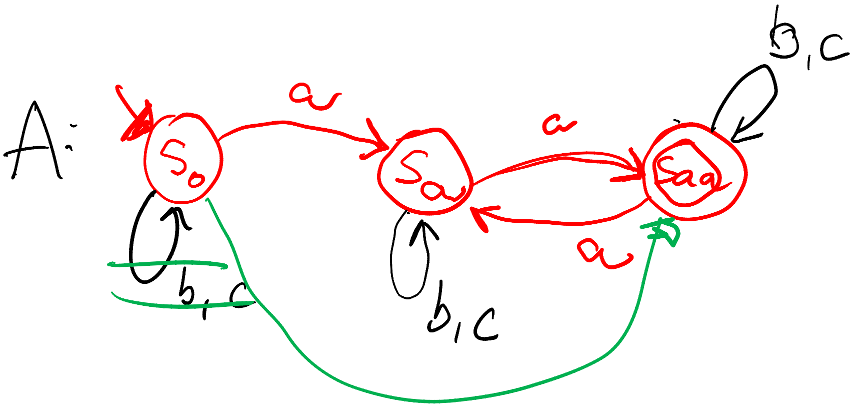
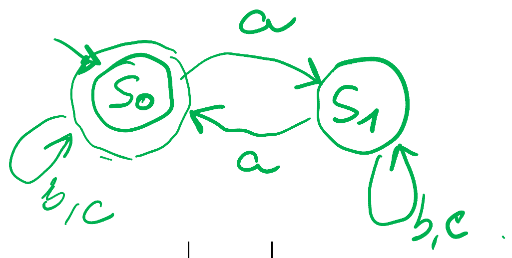
Ú4 $X = \{a, b, c\}$, A akceptuje len a len slová, v ktorých sa písmeno a vyskytuje párny počet krát, a žiadne iné.

redukcia

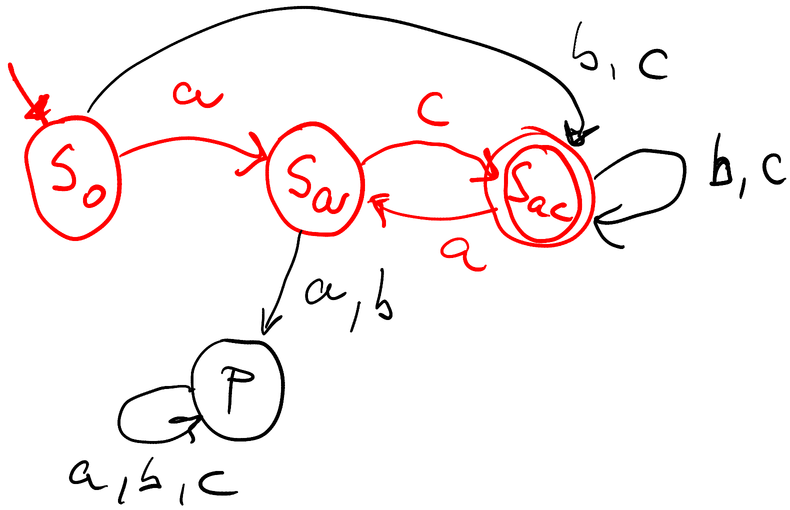






A	μ	δ: a	b	c
S_0	0	S_a	S_0	S_0
S_a	0	S_{aa}	S_a	S_a
S_{aa}	1	S_a	S_{aa}	S_{aa}

Ú5 (!!!) $X = \{a, b, c\}$, A akceptuje len a len tie slová, v ktorých za každým a nasleduje c.



$\hat{\mu}(S_0, bcaca) =$
11010

Ekvivalencia automatov (automaty rovnakého typu)

Cieľ: zmenšiť počet stavov v automate na minimum.

Definícia 1.22. (5.prednáška) Relácia σ na množine A sa nazýva

- reflexívna, ak $\forall x \in A: (x, x) \in \sigma.$
- symetrická, ak $\forall x, y \in A: \ (x, y) \in \sigma \Rightarrow (y, x) \in \sigma.$
- antisymetrická, ak $\forall x, y \in A: \ (x, y) \in \sigma \wedge (y, x) \in \sigma \Rightarrow x = y.$
- tranzitívna, ak $\forall x, y, z \in A: \ (x, y) \in \sigma \wedge (y, z) \in \sigma \ \Rightarrow \ (x, z) \in \sigma.$

Definícia 1.23. Binárna relácia na množine A, ktorá je

- reflexívna, symetrická a tranzitívna,

sa nazýva **ekvivalencia** (relácia ekvivalencie) **na množine A**.

Definícia 1.24.

Nech σ je relácia ekvivalencie na množine A a $a \in A$. Potom množinu

$\sigma(a) = \{x \in A; \ a\sigma x\}$ nazývame **triedou ekvivalencie prvku a**.

$(a, x) \in \sigma$

Definícia 1.25.

Nech A je neprázdna množina. **Rozklad množiny A** je každý taký systém $T = \{M_i\}_{i=1}^{n}$ podmnožín $M_i \subset A$, pre ktorý platí

- $\forall i = 1, \dots, n: \ M_i \neq \emptyset$
- $\forall i \neq j: \ M_i \cap M_j = \emptyset$
- $\bigcup_{i=1}^{n} M_i = A.$

Prvky množiny T sa nazývajú **triedy rozkladu** množiny A.

Poznámka

Nech A je neprázdna množina, nech σ je ekvivalencia na A.

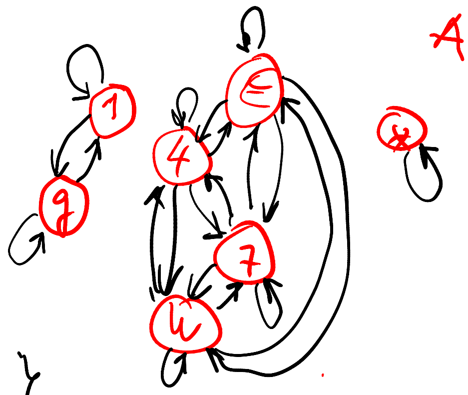
Rozklad množiny A **indukovaný ekvivalenciou** σ je taký rozklad, kde sú v jednotlivých množinách M_i prvky navzájom ekvivalentné v tejto ekvivalencii.

Príklad

$T = \{\{1, g\}, \{€, 4,7, w\}, \{*\}\}$ je rozklad množiny ~~B~~ A indukovaný ekvivalenciou σ. Nájdite ~~B~~ A a σ.

$A = \{1, g, €, 4, 7, w, *\}$

$\sigma = \{11, 1g, g1, gg, **, €€, €4, 4€, 44, €7, \dots, ww\}$



$\delta_A: S_A \times X \to S_A$

$\delta_B: S_B \times X \to S_B$

Definícia 3.13.

Nech A, B sú Mealyho automaty, pričom $A = (S_A, X, Z, \delta_A, \lambda_A)$ a $B = (S_B, X, Z, \delta_B, \lambda_B)$. Hovoríme, že ***A* je ekvivalentný s *B***, keď

$$\forall s \in S_A\ \exists t \in S_B:\ s \sim t \quad \wedge \quad \forall t \in S_B\ \exists s \in S_A:\ t \sim s$$

??? Ako definujeme ekvivalentné stavy ???

Definícia 3.11.

Nech A, B sú Mealyho automaty, pričom $A = (S_A, X, Z, \delta_A, \lambda_A)$ a $B = (S_B, X, Z, \delta_B, \lambda_B)$. Nech $s \in S_A$ a $t \in S_B$.

Hovoríme, že **stavy s, t sú ekvivalentné**, keď

$$\hat{\lambda}_A(s, w) = \hat{\lambda}_B(t, w) \quad \forall w \in X^+ .$$

Píšeme $s \sim t$.

Poznámka

- Aj v prípade, že $A = B$, čiže stavy s, t sú z toho istého automatu, môžeme uvažovať o ich ekvivalentnosti.
- Namiesto $s \sim t$ budeme pre $s, t \in S_A$ písať sEt.

Poznámka

Ekvivalentné automaty sú teda

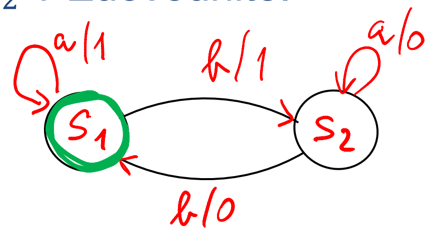
- Mealyho automaty, pre ktoré platí:
- majú rovnaké vstupné abecedy a rovnaké výstupné abecedy
- ku každému stavu z A existuje stav z B, ktorý s ním je ekvivalentný, a naopak.

$\boxed{\textbf{Príklad}}$ Sú dané automaty A, B.

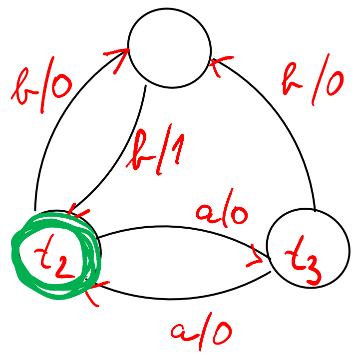
1) Platí $s_1 \sim t_2$? Zdôvodnite.

$X = \{a, b\}$

A:



B:



$\forall w \in X^+$: má platiť $\hat{\lambda}_A(s_1, w) \stackrel{?}{=} \hat{\lambda}_B(t_2, w)$

$\exists w (w = a)$: $\hat{\lambda}_A(s_1, a) \neq \hat{\lambda}_B(t_2, a)$, teda $s_1 \not\sim t_2$

2) Platí $s_1 E s_2$? Zdôvodnite.

nie, lebo napr. $\hat{\lambda}_A(s_1, aab) = 111$, $\hat{\lambda}_A(s_2, aab) = 000$ } $111 \neq 000$, tedа $s_1 \not{E} s_2$

Čo bude v zápočtovej písomke?

- ~~MX alebo sčítačky/polosčítačky~~
- Karnaughove mapy:
  - prosté implikanty, NPI, INDF, MNDF, MNKF booleovských funkcií 3 alebo 4 premenných, KLS
- Mealyho alebo Mooreov automat (prípadne akceptor):
  - graf, tabuľka, rozšírená prechodová/výstupná funkcia, silná ekvivalencia automatov
  - nájsť akceptor

$\boxed{\textbf{Príklad}}$ (ešte raz akceptory)

Navrhnite akceptory A_1 a A_2 nad abecedou $X = \{a, b, c\}$, ktoré akceptujú len a len tie slová, čo

A_1 1) začínajú reťazcom ab a končia reťazcom bbc

(pozor, bola tam chyba! – zo stavu S_3 sa so vstupom b má zostať v stave S_3)

A_2 2) začínajú reťazcom ab alebo končia reťazcom bbc. (cvičenia)

Aspoň pre jeden z nich nakreslite aj tabuľku.

Koniec prednášky 14