Príklad (tento sme na minulej prednáške preskočili)

$A = (S, X, Z, \delta, \lambda)$, kde $X = \{x, y\}$, $Z = \{4{,}2\}$, $S = \{s, t, u\}$,

$\delta(s, x) = t$, $\delta(t, x) = t$, $\delta(u, x) = s$, $\delta(s, y) = u$, $\delta(t, y) = t$, $\delta(u, y) = s$,

$\lambda(s, x) = 4$, $\lambda(t, x) = 4$, $\lambda(u, x) = 2$, $\lambda(s, y) = 2$, $\lambda(t, y) = 2$, $\lambda(u, y) = 4$.

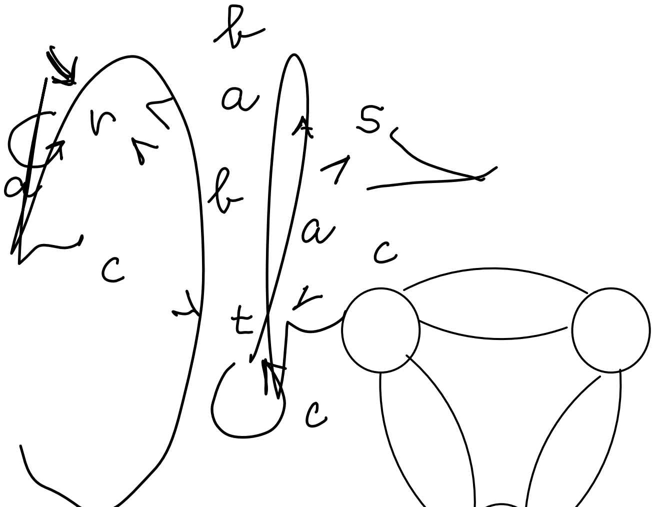
1) Nakreslite graf a zostrojte tabuľku automatu A.

2) Nájdite $\hat{\delta}(s, xxyx)$ a $\hat{\lambda}(s, xxyx)$.

3) Existuje k automatu A silno ekvivalentný Mooreov automat? Zdôvodnite.

Príklad

Definujte jazyk $L(A)$ akceptovaný akceptorom A, ktorý je daný:



~~(výťah na bloku A?) !!! Chyby na str.91~~

V nasledujúcich úlohách nakreslite graf a tabuľku akceptora A.

Ú1 $X = \{a, b\}$, $L(A) = \{babw; w \in X^+\} \cup \{bab\} =$

t.j. do $L(A)$ patria všetky slová, ktoré začínajú reťazcom bab.

Žiadne iné slová do $L(A)$ nepatria.

Ú2 $X = \{a, b, c\}$, A akceptuje len a len tie slová, ktoré obsahujú reťazec abc .

Formálny zápis $L(A) =$

Ú3 $X = \{a, b, c\}$, $L(A)$ obsahuje všetky slová, ktoré končia reťazcom ca. Iné slová neobsahuje.

Formálny zápis $L(A) =$

Ú4 $X = \{a, b, c\}$, A akceptuje len a len slová, v ktorých sa písmeno a vyskytuje párny počet krát, a žiadne iné.

redukcia

Ú5 (!!!) $X = \{a, b, c\}$, A akceptuje len a len tie slová, v ktorých za každým a nasleduje c.

Ekvivalencia automatov (automaty rovnakého typu)

Cieľ: zmenšiť počet stavov v automate na minimum.

Definícia 1.22. (5.prednáška) Relácia σ na množine A sa nazýva

- reflexívna, ak $\forall x \in A\colon (x,x) \in \sigma.$
- symetrická, ak $\forall x,y \in A\colon\ (x,y) \in \sigma \Rightarrow (y,x) \in \sigma.$
- antisymetrická, ak $\forall x,y \in A\colon\ (x,y) \in \sigma \wedge (y,x) \in \sigma \Rightarrow x = y.$
- tranzitívna, ak $\forall x,y,z \in A\colon\ (x,y) \in \sigma \wedge (y,z) \in \sigma \Rightarrow (x,z) \in \sigma.$

Definícia 1.23. Binárna relácia na množine A, ktorá je

- reflexívna, symetrická a tranzitívna,

sa nazýva **ekvivalencia** (relácia ekvivalencie) **na množine A**.

Definícia 1.24.

Nech σ je relácia ekvivalencie na množine A a $a \in A$. Potom množinu $\sigma(a) = \{x \in A;\ a\sigma x\}$ nazývame **triedou ekvivalencie prvku a**.

Definícia 1.25.

Nech A je neprázdna množina. **Rozklad množiny A** je každý taký systém $T = \{M_i\}_{i=1}^{n}$ podmnožín $M_i \subset A$, pre ktorý platí

- $\forall i = 1, \dots, n\colon\ M_i \neq \emptyset$
- $\forall i \neq j\colon\ M_i \cap M_j = \emptyset$
- $\bigcup_{i=1}^{n} M_i = A.$

Prvky množiny T sa nazývajú **triedy rozkladu** množiny A.

Poznámka

Nech A je neprázdna množina, nech σ je ekvivalencia na A.

Rozklad množiny A **indukovaný ekvivalenciou** σ je taký rozklad, kde sú v jednotlivých množinách M_i prvky navzájom ekvivalentné v tejto ekvivalencii.

Príklad

$T = \{\{1, g\}, \{€, 4,7, w\}, \{*\}\}$ je rozklad množiny B indukovaný ekvivalenciou σ. Nájdite B a σ.

Poznámka

- Silná ekvivalencia automatov nie je reláciou ekvivalencie.
  Prečo?

Definícia 3.13.

Nech A, B sú Mealyho automaty, pričom $A = (S_A, X, Z, \delta_A, \lambda_A)$ a $B = (S_B, X, Z, \delta_B, \lambda_B)$. Hovoríme, že **$A$ je ekvivalentný s B**, keď

$$\forall s \in S_A\ \exists t \in S_B:\ s{\sim}t \quad \wedge \quad \forall t \in S_B\ \exists s \in S_A:\ t{\sim}s$$

??? Ako definujeme ekvivalentné stavy ???

Definícia 3.11.

Nech A, B sú Mealyho automaty, pričom $A = (S_A, X, Z, \delta_A, \lambda_A)$ a $B = (S_B, X, Z, \delta_B, \lambda_B)$. Nech $s \in S_A$ a $t \in S_B$.

Hovoríme, že **stavy s, t sú ekvivalentné**, keď

$$\hat{\lambda}_A(s, w) = \hat{\lambda}_B(t, w) \quad \forall w \in X^+ .$$

Píšeme $s{\sim}t$.

Poznámka

- Aj v prípade, že $A = B$, čiže stavy s, t sú z toho istého automatu, môžeme uvažovať o ich ekvivalentnosti.
- Namiesto $s{\sim}t$ budeme pre $s, t \in S_A$ písať sEt.

Poznámka

Ekvivalentné automaty sú teda

- Mealyho automaty, pre ktoré platí:
- majú rovnaké vstupné abecedy a rovnaké výstupné abecedy
- ku každému stavu z A existuje stav z B, ktorý s ním je ekvivalentný, a naopak.

Príklady - akceptory

V každej z úloh je $L(A)$ jazyk nad abecedou $X = \{a, b\}$.

Navrhnite konečný akceptor (ak existuje), ktorý akceptuje jazyk $L(A)$.

1) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich nepárny počet písmen $\boldsymbol{b}$.
2) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich párny počet písmen $\boldsymbol{a}$.
3) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich aspoň 4 písmená $\boldsymbol{a}$.
4) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich podslovo $\boldsymbol{aaa}$.
5) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré majú na začiatku podslovo $\boldsymbol{aaa}$.
6) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré končia podslovom $\boldsymbol{aaa}$.
7) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré začínajú na $\boldsymbol{a}$ a končia na $\boldsymbol{b}$.
8) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich podslovo $\boldsymbol{ababb}$.
9) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré majú na začiatku podslovo $\boldsymbol{ababb}$.
10) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré končia podslovom $\boldsymbol{ababb}$.
11) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich nepárny počet písmen $\boldsymbol{b}$ **a** párny počet písmen $\boldsymbol{a}$.
12) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich nepárny počet písmen $\boldsymbol{b}$ **alebo** párny počet písmen $\boldsymbol{a}$.
13) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich podslovo $\boldsymbol{ababb}$ a párny počet písmen $\boldsymbol{a}$.
14) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré majú na začiatku podslovo $\boldsymbol{ab}$ a na konci podslovo $\boldsymbol{bba}$.
15) $L(A) = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{aba}, \Delta\}$.
16) $L(A) = \{\boldsymbol{ba^i}, i \geq 2\}$, pričom $\boldsymbol{ba^i}$ je slovo $\boldsymbol{baa}\dots\boldsymbol{a}$.

17) $L(A)$ je jazyk slov, kde tretie písmeno je $\boldsymbol{a}$ a predposledné $\boldsymbol{b}$.

18) $L(A)$ je jazyk slov, kde tretie písmeno je $\boldsymbol{a}$ alebo predposledné $\boldsymbol{b}$.

19) $L(A) = \{\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{m}}, \exists k \geq 0: m = 6k + 2\}$.

20) $L(A) = \{\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{b}^{\boldsymbol{i}}; i = 0,1, \ldots\}$.

V nasledujúcich úlohách je $L(A)$ jazyk nad abecedou $X = \{a, b, c\}$.

21) $L(A)$ je jazyk slov obsahujúcich podslovo $\boldsymbol{abcb}$.

22) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré majú na začiatku podslovo $\boldsymbol{abcb}$.

23) $L(A)$ je jazyk slov, ktoré majú na koci podslovo $\boldsymbol{abcb}$.

24) Úlohy 1) - 18) s abecedou $X = \{a, b, c\}$.