Príklad

Pomocou Karnaughovej mapy nájdite niektorú NKF funkcie f.

f

1	1		1
	1		

Minimalizácia B-výrazov (el.skriptá str.68)

Kratší/jednoduchší zápis B-funkcie (menej výskytov písmen vo výraze a tým aj menej hradiel) je výhodný:

- lacnejší
- rýchlejší
- ekologickejší
- prehľadnejší
- ...

Karnaughove mapy sú praktickým nástrojom pre minimalizáciu.

Definícia 2.30.

Normálnu disjunktívnu formu booleovskej funkcie f, ktorá má spomedzi všetkých normálnych disjunktívnych foriem funkcie f najmenší počet písmen, budeme nazývať **minimálna normálna disjunktívna forma** booleovskej funkcie f, skrátene $\boldsymbol{MNDF}$.

Podobne $\boldsymbol{NKF(f)}$ s najmenším počtom písmen nazývame $\boldsymbol{MNKF(f)}$.

ALGORITMUS NA HĽADANIE $MNDF$ B-FUNKCIÍ.

Budeme potrebovať pojmy:

➢ implikant	➢ SNDF – skrátená NDF
➢ prostý implikant (prvoimplikant)... PI	➢ MNDF – minimálna NDF
➢ nevyhnutný prostý implikant ......NPI	➢ INDF – iredundantná NDF
➢ jadro B-funkcie	➢

Definícia 2.31

- Nech g_I, g sú dve booleovské funkcie n premenných.
  Budeme hovoriť, že funkcia g_I je **implikant funkcie g**,
  ak $J(g_I) \subset J(g)$.
- V súlade s touto terminológiou, ak je funkcia g_I daná B-výrazom $U(x_1, \ldots, x_1)$ a funkcia g B-výrazom $V(x_1, \ldots, x_1)$, budeme hovoriť, že B-výraz $U(x_1, \ldots, x_1)$ je **implikant B-výrazu** $V(x_1, \ldots, x_1)$.
- V tomto pripade budeme tiež hovoriť, že B-výraz $U(x_1, \ldots, x_1)$ je **implikant funkcie g**.

Poznámka.

- Implikant funkcie je vlastne „podfunkcia“. V tom zmysle, že implikant môže mať jednotkový bod iba ten, ktorý je jedn.bodom základnej funkcie.

Príklad

Do tabuľky B-funkcie f doplňte všetky jej implikanty.

Príklad

Funkcia f je daná K.mapou. Jej implikanty sú napríklad:

Tvrdenie.

Každý súčinový člen z ľubovoľnej NDF B-funkcie f je implikantom funkcie f.

Platí to aj opačne?

Definícia 2.32.

Prostý implikant (prvoimplikant) B-funkcie $f: B^n \rightarrow B$ je každý

- implikant, ktorý
- je súčinovým členom $S(x_1, \ldots, x_n) = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \ldots \cdot \beta_n,\ \beta_i \epsilon \{x_i, \overline{x_i}, 1\}$
- a v jeho zápise sa nedá vynechať žiadne písmeno – ak by sme nejaké vynechali, už to nebude implikant tejto funkcie.

Príklad (modif.2.45)

Je $x\bar{y}z$ prostý implikant funkcie $f(x, y, z) = x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}z$?

Ilustrujme to na K.mape funkcie $f(x, y, z) = x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}z$.

Poznámka.

??? Ako rozpoznať prosté implikanty na K.mape?

Príklad

Nájdite všetky prosté implikanty funkcie, ktorá je daná K.mapou.

1			1
1	1		
1	1		1
1			1

Veta 2.18

Všetky súčinové členy, z ktorých je vytvorená $MNDF$ booleovskej funkcie, sú prosté implikanty tejto funkcie.

Dôkaz:

??? Keď sčítame všetky prosté implikanty B-funkcie, dostaneme $MNDF$ tejto funkcie?

Príklad

Definícia 2.33.

Normálna disjunktívna forma booleovskej funkcie f, ktorá je súčtom všetkých prostých implikantov tejto funkcie, sa nazýva **skrátená normálna disjunktívna forma** funkcie f, $SNDF$.

Definícia 2.35

Nevyhnutný prostý implikant (NPI) B-funkcie $f: B^n \rightarrow B$ je

- každý prostý implikant funkcie f, ktorý
- ako jediný (spomedzi všetkých PI) pokrýva aspoň jeden jednotkový bod funkcie f.

Definícia

Jadro funkcie f je tá

- $NDF(f)$, ktorá
- je súčtom všetkých nevyhnutných prostých implikantov fcie f.

Poznámka

- Jadro je základom každej $MNDF$ **!!!**

Príklad

NPI funkcie z predchádzajúceho príkladu sú:

Jadro tejto funkcie je:

Poznámka

Rekapitulácia – čo sme sa doteraz dozvedeli?

- Každá $MNDF$ obsahuje jadro funkcie f.
- Každá $MNDF$ je súčtom prostých implikantov.
- V $MNDF$ nie sú žiadne zbytočné PI.

Definícia 2.35

Iredundantná NDF ($INDF$) funkcie f je

- každá taká $NDF(f)$, v ktorej
- všetky súčinové členy sú PI (prosté implikanty)
- žiaden súčinový člen nie je možné vynechať (po vynechaní by vznikla NDF inej B-funkcie).

Poznámka

Čím sa líšia $MNDF$ a $INDF$?

- Tá (tie) $INDF$, ktorá má (majú) najmenší počet písmen, je (sú) $MNDF$ funkcie f.

Príklad

Nájdite všetky PI, NPI, jadro a všetky INDF funkcie f.

1			1
1	1		
1	1		1
1			1

Domáca úloha (nepovinná, veď je streda ☺)

Nájdite všetky PI, NPI, jadro, všetky INDF a všetky MNDF funkcie f.

1			1
1		1	1
	1	1	
1	1		