

Príklad

Pomocou Karnaughovej mapy nájdite niektorú *NKF* funkcie f .

f

1	1		1
	1		

Minimalizácia B-výrazov (el.skriptá str.68)

Kratší/jednoduchší zápis B-funkcie (menej výskytov písmen vo výraze a tým aj menej hradiel) je výhodný:

- lacnejší
- rýchlejší
- ekologickejší
- prehľadnejší
- ...

Karnaughove mapy sú praktickým nástrojom pre minimalizáciu.

Definícia 2.30.

Normálnu disjunktívnu formu booleovskej funkcie f , ktorá má spomedzi všetkých normálnych disjunktívnych foriem funkcie f najmenší počet písmen, budeme nazývať **minimálna normálna disjunktívna forma** booleovskej funkcie f , skrátene **MNDF**.

Podobne **NKF**(f) s najmenším počtom písmen nazývame **MNKF**(f).

ALGORITMUS NA HĽADANIE MNDF B-FUNKCIÍ.

Budeme potrebovať pojmy:

➤ implikant ➤ prostý implikant (prvoimplikant)... PI ➤ nevyhnutný prostý implikantNPI ➤ jadro B-funkcie	➤ SNDF – skrátaná NDF ➤ MNDF – minimálna NDF ➤ INDF – iredundantná NDF ➤
--	---

Definícia 2.31

- Nech g_I, g sú dve booleovské funkcie n premenných.
Budeme hovoriť, že funkcia g_I je **implikant funkcie g** ,
ak $J(g_I) \subset J(g)$.
- V súlade s touto terminológiou, ak je funkcia g_I daná B-výrazom $U(x_1, \dots, x_n)$ a funkcia g B-výrazom $V(x_1, \dots, x_n)$, budeme hovoriť, že B-výraz $U(x_1, \dots, x_n)$ je **implikant B-výrazu $V(x_1, \dots, x_n)$** .
- V tomto prípade budeme tiež hovoriť, že B-výraz $U(x_1, \dots, x_n)$ je **implikant funkcie g** .

Poznámka.

- Implikant funkcie je vlastne „podfunkcia“. V tom zmysle, že implikant môže mať jednotkový bod iba ten, ktorý je jedn.bodom základnej funkcie.

Príklad

Do tabuľky B-funkcie f doplňte všetky jej implikanty.

$x \ y$	f									
	1									
	1									
	0									
	1									

Príklad

Funkcia f je daná K.mapou. Jej implikanty sú napríklad:

1	1		
1	1	1	

Tvrdenie.

Každý súčinový člen z ľubovoľnej NDF B-funkcie f je implikantom funkcie f .

Platí to aj opačne?

Definícia 2.32.

Prostý implikant (prvoimplikant) B-funkcie $f: B^n \rightarrow B$ je každý

- implikant, ktorý
- je súčinným členom $S(x_1, \dots, x_n) = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \dots \cdot \beta_n$, $\beta_i \in \{x_i, \bar{x}_i, 1\}$
- a v jeho zápise sa nedá vynechať žiadne písmeno – ak by sme nejaké vynechali, už to nebude implikant tejto funkcie.

Príklad (modif.2.45)

Je $x\bar{y}z$ prostý implikant funkcie $f(x, y, z) = x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}z$?

Ilustrujme to na K.mape funkcie $f(x, y, z) = x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}z$.

Poznámka.

??? Ako rozpoznať prosté implikanty na K.mape?

Príklad

Nájdite všetky prosté implikanty funkcie, ktorá je daná K.mapou.

1			1
1	1		
1	1		1
1			1

Veta 2.18

Všetky súčinové členy, z ktorých je vytvorená *MNDF* booleovskej funkcie, sú prosté implikanty tejto funkcie.

Dôkaz:

??? Keď sčítame všetky prosté implikanty B-funkcie, dostaneme *MNDF* tejto funkcie?

Príklad

	1	1	1
1	1	1	1

PI sú:

Súčet všetkých PI je:

V tomto prípade súčet všetkých PI dáva *MNDF* funkcie danej mapou.

Definícia 2.33.

Normálna disjunktívna forma booleovskej funkcie f , ktorá je súčtom všetkých prostých implikantov tejto funkcie, sa nazýva **skrátaná normálna disjunktívna forma** funkcie f , *SNDF*.

Definícia 2.35

Nevyhnutný prostý implikant (NPI) B-funkcie $f: B^n \rightarrow B$ je

- každý prostý implikant funkcie f , pre ktorý platí:
- aspoň jeden jednotkový bod funkcie f je pokrytý iba týmto PI.

Definícia

Jadro funkcie f je tá

- $NDF(f)$, ktorá
- je súčtom všetkých nevyhnutných prostých implikantov funkcie f .

Poznámka

- Jadro je základom každej *MNDF* !!!

Príklad

1			1
1	1		
1	1		1
1			1

NPI tejto funkcie sú:

Jadro tejto funkcie je:

Poznámka

Rekapitulácia – čo sme sa doteraz dozvedeli?

- Každá $MNDF$ obsahuje jadro funkcie f .
- Každá $MNDF$ je súčtom prostých implikantov.
- V $MNDF$ nie sú žiadne zbytočné PI.

Definícia 2.35

Iredundantná NDF ($INDF$) funkcie f je

- každá taká $NDF(f)$, v ktorej
- všetky súčinové členy sú PI (prosté implikanty)
- žiaden súčinový člen nie je možné vynechať (po vynechaní by vznikla NDF inej B-funkcie).

Poznámka

Čím sa líšia $MNDF$ a $INDF$?

- Tá (tie) $INDF$, ktorá má (majú) najmenší počet písmen, je (sú) $MNDF$ funkcie f .

Príklad Nájdite všetky PI, NPI, jadro a všetky $INDF$ funkcie f .

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

Domáca úloha (nepovinná, veď je streda 😊)

Nájdite všetky PI, NPI, jadro, všetky INDF a všetky MNDF funkcie f .

1			1
1		1	1
	1	1	
1	1		