

Príklad 3 (modif.2.45)

Je $x\bar{y}z$ prostý implikant funkcie $f(x, y, z) = x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}z$?

Ilustrujme to na K.mape funkcie $f(x, y, z) = x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}z$.

Poznámka.

??? Ako rozpoznať prosté implikanty na K.mape?

Príklad 4

Nájdite všetky prosté implikanty funkcie, ktorá je daná K. mapou.

1			1
1	1		
1	1		1
1			1

Veta 2.18

Všetky súčinové členy, z ktorých je vytvorená *MNDF* booleovskej funkcie, sú prosté implikanty tejto funkcie.

Dôkaz:

??? Platí to aj naopak? T.j.: Keď sčítame všetky prosté implikanty B-funkcie, dostaneme *MNDF* tejto funkcie?

Príklad 5

1		1	1
1	1	1	1

PI sú:

Súčet všetkých PI je:

**Definícia 2.33.**

Normálna disjunktívna forma booleovskej funkcie f , ktorá je súčtom všetkých prostých implikantov tejto funkcie, sa nazýva

skrátaná normálna disjunktívna forma funkcie f , $SNDF(f)$.

Definícia 2.35

Nevyhnutný prostý implikant (NPI) B-funkcie $f: B^n \rightarrow B$ je

- každý prostý implikant funkcie f , pre ktorý platí:
- aspoň jeden jednotkový bod funkcie f je pokrytý iba týmto PI.

Definícia

Jadro funkcie f je tá

- $NDF(f)$, ktorá
- je súčtom všetkých nevyhnutných prostých implikantov funkcie f .

Poznámka

- Jadro je základom každej $MNDF$!!!

Príklad 6

1			1
1	1		
1	1		1
1			1

NPI tejto funkcie sú:

Jadro tejto funkcie je:

Poznámka ($MNDF$, $SNDF$)

Rekapitulácia – čo sme sa doteraz dozvedeli?

- Každá $MNDF(f)$ obsahuje jadro funkcie f .
- Každá $MNDF(f)$ je súčtom prostých implikantov.
- V $MNDF(f)$ nie sú žiadne zbytočné PI.

Definícia 2.35

Iredundantná NDF ($INDF$) funkcie f je

- každá taká $NDF(f)$, v ktorej
- všetky súčinové členy sú PI (prosté implikanty)
- žiaden súčinový člen nie je možné vynechať (po vynechaní by vznikla NDF inej B-funkcie).

Poznámka $MNDF(f)$ alebo $INDF(f)$?

- Tá (tie) $INDF$, ktorá má (majú) najmenší počet písmen, je (sú) $MNDF$ funkcie f .

Príklad 7 Nájdite všetky PI, NPI, jadro funkcie f .

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

Nájdite všetky $SNDF$ a všetky $INDF$ funkcie f ,

Postup (algoritmus) pri hľadaní $MNDF(f)$

- 1) Nájdeme všetky PI funkcie f (prečo?)
- 2) Nájdeme všetky NPI funkcie f (prečo?)
- 3) Nájdeme jadro funkcie f (prečo?)
- 4) Systematicky, zľava hore, nájdeme všetky INDF funkcie f .
- 5) $INDF(f)$ s najmenším počtom písmen je/sú zároveň $MNDF(f)$.

Príklad 8

f

1	1		1
	1	1	1

PI:
NPI:
Jadro =

1	1		1
	1	1	1

1	1		1
	1	1	1

1	1		1
	1	1	1

1	1		1
	1	1	1

1	1		1
	1	1	1

1	1		1
	1	1	1

1	1		1
	1	1	1

1	1		1
	1	1	1

1	1		1
	1	1	1

1	1		1
	1	1	1

Príklad 9

f	1		1	
x	1		1	1
y		1		
	1	1		
	z		u	

PI sú $yz\bar{u}, \bar{y}zu, x\bar{y}u, \bar{y}\bar{z}\bar{u}, \bar{x}y\bar{u}, x\bar{y}\bar{z}, \bar{x}\bar{z}\bar{u}$

Jadro je $yz\bar{u} + \bar{y}zu$

Hľadajme všetky $INDF(f)$.

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

1		1	
1		1	1
	1		
1	1		

Príklad 2.49

Postup (algoritmus) pri hľadaní $MNKF(f)$ pomocou $MNDF(\bar{f})$

Veta 2.19. Nech f je booleovská funkcia n premenných, nech

$$U(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m S_i(x_1, \dots, x_n)$$

je MNDF funkcie $\bar{f}$. Potom (niektorá) MNKF funkcie f je

$$V(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m T_i(x_1, \dots, x_n)$$

pričom: Ak $S_i(x_1, \dots, x_n) = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \dots \cdot \beta_n$, $\beta_k \in \{x_k, \bar{x}_k, 1\}$,

tak $T_i(x_1, \dots, x_n) =$, $\beta_k \in \{x_k, \bar{x}_k, 1\}$.

Dôkaz:

Príklad Nájdite $MNKF(f)$.

f

1	1	1	
	1	1	

Príklad Nájdite $MNKF(f)$.

f

1	1	1
	1	
		1

Domáca úloha 😊

Ku každej funkcii nájdite všetky PI, všetky NPI, jadro, všetky INDF, všetky MNDF.

Nájdite tiež aspoň jednu $MNKF(f)$ a $MNKF(g)$.

f

1			1
	1	1	1
1	1	1	
1			1

g

1			1
	1	1	1
		1	1
1			1

KONEČNÉ AUTOMATY (el. skriptá str. 79)

Príklad 1

Zariadenie číta postupnosť znakov A,B.

Ak príde v takte t na vstup to isté písmeno ako v takte $t - 2$, priradí sa 1. Inak sa priradí 0.

Napr. reťazcu ... B A A B B A A B B B A B A B B A tento automat priradí

Definícia 3.1.

Mealyho automat je päťica $(S, X, Z, \delta, \lambda)$, kde

Definícia 3.2.

Mooreov automat je päťica (S, X, Z, δ, μ) , kde S, X, Z, δ sú definované tak, ako pri Mealyho automatoch.

Funkcia μ priradzuje výstupy iba stavom, t.j. $\mu: S \rightarrow Z$.

Poznámka

- Vzhľadom na to, že množiny S, X, Z sú konečné, takto definovaný automat je konečný automat.

- Automat môže byť definovaný
 - pomocou nejakého zariadenia
 - opisne (vysvetlením, ako pracuje)
 - pomocou tabuľky
 - grafom
 -

Príklad 2

Reprezentujme automat z **Príkladu 1** grafom a tabuľkou.

Definícia 3.3.

Nech je daný Mealyho automat $A = (S, X, Z, \delta, \lambda)$. **Grafom automatu** A je orientovaný graf (V, H, f) , kde

- Množina **vrcholov** $V = S$ (množina stavov).
- Množina **hrán** H je zhodná s množinou prechodov medzi stavmi (definovaná pomocou prechodovej funkcie δ).
- Vzťah **incidencie** f je definovaný takto:

$$f: H \rightarrow S \times S ,$$

$$f(h) = (p, q) \text{ práve vtedy, keď } \exists x \in X: \delta(p, x) = q.$$

Poznámka

- Pri kreslení grafu Mealyho automatu budeme ku hrane pripisovať aj hodnotu príslušného vstupu a príslušného výstupu.
- Pri Mooreových automatoch budeme ku hrane písať iba hodnotu vstupu. Hodnotu výstupu budeme písať k jednotlivým stavom (t.j. vrcholom grafu).

Príklad 3

Automat je daný grafom. Zostrojte jeho tabuľku.

Príklad 4

Mooreov automat je daný tabuľkou. Zostrojte jeho graf.

Všimnime si, že predchádzajúci Moreov automat môžeme predefinovať na Mealyho automat. Zostrojme tabuľku a graf toho Mealyho automatu.
