

Booleovské funkcie $f: B^n \rightarrow B^m$ str.52

Príklad

Zostrojte KLS funkcie $f: B^2 \rightarrow B^6$, ktorá je definovaná takto:

$$f(x, y) = (\quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad).$$

Aplikácie booleovských funkcií

Porovnávací obvod – komparátor (Príklad 2.30)

(Je to KLS, ktorá umožňuje rozhodnúť, či sú dva vektory zhodné.)

Nech $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_n)$, $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_n)$, pričom $\mathbf{c}, \mathbf{d} \in B^n$. Definujme B-funkciu $f: B^{2n} \rightarrow B$ takto:

$$f(c_1, \dots, c_n, d_1, \dots, d_n) = \begin{cases} 1 & \text{ak } \mathbf{c} = \mathbf{d} \\ 0 & \text{ak } \mathbf{c} \neq \mathbf{d} \end{cases}$$

Polosčítačka, Half-Adder. (Príklad 2.33.)

Sčítanie dvoch číslíc (1-ciferných čísel) v dvojkovej sústave.

$f: B \rightarrow B$, pričom $f(x, y) = (\quad , \quad)$

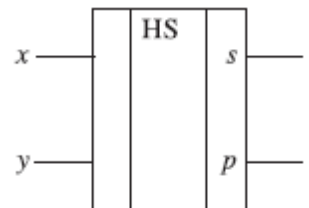
Vyjadríme $p(x, y) =$

a $s(x, y) =$

x	y	s	p
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

KLS polosčítačky

značka



Sčítačka (úplná sčítačka), Adder. (Príklad 2.34.)

	s	p
--	-----	-----

Sčítanie dvoch čísel v dvojkovej sústave.

$f: B \rightarrow B$, pričom $f(\quad) = (\quad, \quad)$

Vyjadríme $p(\quad) =$

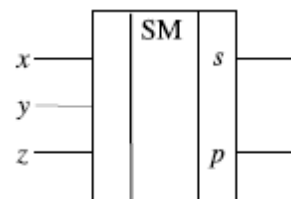
a $s(\quad) =$

--	--	--

Všimnime si ešte, že keby sme chceli zostrojiť booleovskú funkciu vyjadrujúcu sčítanie dvoch 8-miestnych čísel v dvojkovej sústave, potrebovali by sme vytvoriť tabuľku funkcie $f: B^{16} \rightarrow B^9$. Tabuľka tejto funkcie by mala $2^{16} = 2^6 \cdot 2^{10} = 64 \cdot 10^3 = 64000$ riadkov, čo predstavuje asi 2000 tlačенých strán.

KLS úplnej sčítačky

značka



Príklad

Pomocou sčítačiek zostavte obvod, ktorý bude *realizovať sčítanie dvoch 6-ciferných čísel v dvojkovej sústave*.

Poznámka

Tabuľka B-funkcie pre sčítanie dvoch šesťmiestnych čísel v 2-ovej sústave by mala rozmery $2^{6+6} \times 2^7$.

To je 4096 riadkov, spolu asi 800 tlačенých strán. Sčítačiek postačí 6.

Príklad

Iba pomocou úplných sčítačiek zostavte obvod, ktorý bude *realizovať sčítanie* $35+15$.

Príklad

Pomocou (polo)sčítačiek zostavte obvod, ktorý bude *pripočítavať 1 k n-ciferným číslam v dvojkovej sústave*.

$$[j_{n-1} \ j_{n-2} \ \dots \ j_1 \ j_0]$$

Kontrola parity (Príklad 2.32.)

V n -tici $(a_1, \dots, a_n)$ chceme poznať, či obsahuje (ne)párny počet 1.

$n = 2$:

a_1	a_2	Počet 1	Priradím
			$b =$

$n \geq 2, n \in \mathbb{N}$: ak je medzi $a_1, \dots, a_n$ $\begin{cases} \text{párny počet 1, tak priradí 0} \\ \text{nepárny počet 1, tak priradí 1} \end{cases}$

Pri prenose informácií sa často k prenášanej n -tici pridáva ešte jedno miesto (jeden bit), aby sme mali možnosť kontroly prenesenej užitočnej informácie:

- na vstupe máme n -ticiu $(a_1, \dots, a_n)$
- na výstupe $(n + 1)$ -ticiu $(b, a_1, \dots, a_n)$

Pointa je v tom, že na výstupe je počet 1 vždy 😊

Ak nie, niekde je chyba (vtedy ide o šum, nesprávny prenos).

Nakreslime KLS pre $n \in \mathbb{N}$:

Multiplexor (Príklad 2.36) s n adresovými vstupmi

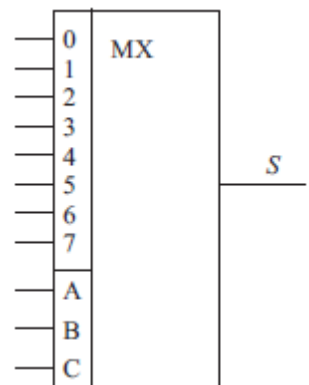
- je zariadenie, ktoré umožňuje realizovať ľubovoľnú B-funkciu

$$f: B^n \rightarrow B$$

Príklad

x y z	f	
0 0 0	1	
0 0 1	0	
0 1 0	1	
0 1 1	0	
1 0 0	1	
1 0 1	1	
1 1 0	1	
1 1 1	0	

Pomocou
multiplexora
reprezentujeme
funkciu,
ktorá je daná
tabuľkou.

Riešenie:

$$UNDF(f) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \cdot E_0 + A\bar{B}\bar{C} \cdot E_1 + \dots + ABC \cdot E_7 = s(A, B, C, E_0, \dots, E_7)$$

Poznámka !!! máme $f: B^3 \rightarrow B$, ale výstupná funkcia $s: B^{\dots} \rightarrow B$.

Pozrime sa, ako je zostavený a pracuje MX.

KLS pomocou NOR, NAND, OR, AND ... by bola veľmi rozťahaná.

Používa sa dvojkový dekodér.

Dvojkový dekóder (Příklad 2.35)

- 

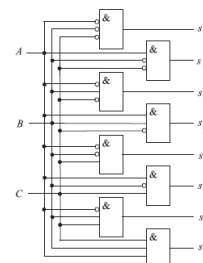
Príklad

Na vstup DC príde n-tica z 0 a 1 : $j = j_1 j_2 \dots j_n$,

napríklad $j = 10010 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$.

Vstupy sa zvyknú označovať A,B,C,...

Výstupy sú s_j , pričom j je ako v predchádzajúcom príklade.



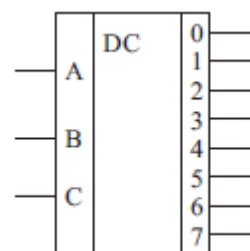
Ak príde na vstup n-tica $j = j_1 j_2 \dots j_n$, aktivuje sa výstup j (t.j. má hodnotu 1).

Ostatné hodnoty výstupov sú 0.

- Inými slovami, spomedzi všetkých B-funkcií n premenných vyberáme iba tieto:

[illegible]

Značka dvojkového dekódera je



Príklad

S použitím DC zostavme KLS multiplexora, ktorý má 3 adresové vstupy.

Všimnite si: táto KLS presne zodpovedá UNDF funkcie $s(A, B, C, E_0, \dots, E_n)$.