Príklady z LS
1. časť

1. Zobrazenia a operácie

1. Zistite, či dané zobrazenia sú injektívne, surjektívne alebo bijektívne.
   a) $h_1 : \boldsymbol{Z} \to \boldsymbol{Z}, \quad h_1(x) = 2x,$ [i]
   b) $h_2 : \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}, \quad h_2(x) = 2x,$ [i,s,b]
   c) $h_3 : \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}, \quad h_3(x) = x^2,$ []
   d) $h_4 : \boldsymbol{R}^+ \to \boldsymbol{R}, \quad h_3(x) = x^2,$ [i]
   e) $h_5 : \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}^+ \cup \{0\}, \quad h_5(x) = x^2,$ [s]
   f) $h_6 : \boldsymbol{R}^+ \to \boldsymbol{R}^+, \quad h_6(x) = x^2$ [i,s,b]
   g) $h_7 : \boldsymbol{R} \setminus \{2\} \to \boldsymbol{R}, \quad h_7(x) = \frac{3x+1}{x-2},$ [i]
   h) $h_7 : \boldsymbol{R} \setminus \{2\} \to \boldsymbol{R} \setminus \{3\}, \quad h_7(x) = \frac{3x+1}{x-2}.$ [i,s,b]

2. Zistite, či dané operácie sú komutatívne, asociatívne a či majú neutrálny prvok.
   a) $\star : (\boldsymbol{R}^+)^2 \to \boldsymbol{R}^+, \ a \star b = a^b,$ [-]
   b) $\square : \boldsymbol{N}^2 \to \boldsymbol{N}, \ a \square b = b,$ [a]
   c) $\triangle : \boldsymbol{N}^2 \to \boldsymbol{N}, \ a \triangle b = a,$ [a]
   d) $f : \boldsymbol{R}^2 \to \boldsymbol{R}, \ f(x,y) = x + y + 1.$ [k, a, -1]

3. Na množine $\boldsymbol{N}$ máme definované tri binárne oprácie + (štandardné sčitovanie), $\square : a \square b = b$, $\triangle : a \triangle b = a$. Zistite, ktorá operácia vzhľadom ku ktorej je distributívna.

2. Výroková logika

1. Určte pravdivostnú hodnotu výroku a napíšte jeho negáciu.
   a) $\forall x \in \boldsymbol{R}\ \exists y \in \boldsymbol{R} \quad 3x - 6 > 2y,$ [1, $\exists x \in \boldsymbol{R}\ \forall y \in \boldsymbol{R} \quad 3x - 6 \leq 2y$]
   b) $\exists y \in \boldsymbol{R}\ \forall x \in \boldsymbol{R} \quad 3x - 6 > 2y,$ [0, $\forall y \in \boldsymbol{R}\ \exists x \in \boldsymbol{R} \quad 3x - 6 \leq 2y$]
   c) $\exists x \in \boldsymbol{R}\ \forall y \in \boldsymbol{R} \quad xy \leq y^2,$ [1, $\forall x \in \boldsymbol{R}\ \exists y \in \boldsymbol{R} \quad xy > y^2$]
   d) $\forall y \in \boldsymbol{R}\ \exists x \in \boldsymbol{R} \quad xy \leq y^2,$ [1, $\exists y \in \boldsymbol{R}\ \forall x \in \boldsymbol{R} \quad xy > y^2$]
   e) $\forall x \in \boldsymbol{R}\ \forall y \in \boldsymbol{R} \quad xy \leq y^2.$ [0, $\exists x \in \boldsymbol{R}\ \exists y \in \boldsymbol{R} \quad xy > y^2$]

2. Napíšte negáciu výrokov
   a) $\exists m \in \boldsymbol{N}\ \forall n \in \boldsymbol{N} \quad (m \geq 4 - n \vee m + n$ je párne číslo).
   [$\forall m \in \boldsymbol{N}\ \exists n \in \boldsymbol{N} \quad (m < 4 - n \wedge m + n$ je nepárne číslo)]
   b) $\forall m \in \boldsymbol{N}\ \exists n \in \boldsymbol{N} \quad (m \geq 4 - n \Rightarrow m + n$ je párne číslo).
   [$\exists m \in \boldsymbol{N}\ \forall n \in \boldsymbol{N} \quad (m \geq 4 - n \wedge m + n$ je nepárne číslo)]

3. Zistite, či výroková formula b je tautológia, kontradikcia alebo splniteľná formula
   a) $b = p \vee \overline{p},$ [taut.]
   b) $b = p \wedge \overline{p},$ [kontr.]
   c) $b = (p \Rightarrow q) \Rightarrow p,$ [spln. f.]
   d) $b = (p \wedge (p \Rightarrow q)) \ \Rightarrow q,$ [taut.]

e) $b = (\overline{(p \Rightarrow q)} \vee r) \Rightarrow (p \vee q \vee r)$, [spln. f.]
f) $b = ((p \wedge \overline{s}) \vee (p \wedge q) \vee (\overline{p} \wedge \overline{r} \wedge s)) \Leftrightarrow ((\overline{p} \wedge \overline{s}) \vee (\overline{p} \wedge r) \vee (p \wedge \overline{q} \wedge s))$. [kontr.]

4. Zistite, či formuly a, b sú tautologicky ekvivalentné.
   a) $a = p \Rightarrow (q \Rightarrow r),\quad b = (p \Rightarrow q) \Rightarrow r$, [nie]
   b) $a = p,\quad b = \overline{p} \Rightarrow (q \wedge \overline{q})$, [áno]
   c) $a = p \Rightarrow q,\quad b = (p \wedge \overline{q}) \Rightarrow (r \wedge \overline{r})$, [áno]
   d) $a = p \Rightarrow (q \Rightarrow r),\quad b = (\overline{p} \vee \overline{q} \vee r)$. [áno]

5. Pomocou tabuľky tautologických ekvivalencií dokážte, že formuly a, b sú tautologicky ekvivalentné.
   a) $a = p \Rightarrow q,\quad b = \overline{q} \Rightarrow \overline{p}$,
   b) $a = (\overline{(p \vee q)} \Rightarrow (q \vee \overline{r})) \wedge (p \vee q),\quad b = p \vee q$,
   c) $a = (p \Rightarrow q) \Rightarrow r,\quad b = (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \overline{q} \vee r) \wedge (\overline{p} \vee \overline{q} \vee r)$.

6. Zistite, či uvedené množiny sú úplnými systémami logických spojok
   a) $\{\overline{}, \vee, \wedge, \Rightarrow\}$, [áno]
   b) $\{\overline{}, \vee\}$, [áno]
   c) $\{\overline{}, \wedge\}$, [áno]
   d) $\{\overline{}, \Rightarrow\}$, [áno]
   e) $\{\overline{}\}$, [nie]
   f) $\{\vee\}$, [nie]

7. Vyjadrite $(p \wedge \overline{q}) \Rightarrow q$ pomocou $\{\overline{}, \vee\}$ a pomocou $\{\overline{}, \Rightarrow\}$. [$\overline{p} \vee q,\ (q \Rightarrow p) \Rightarrow q$]

3. Relácie

1. Na množine $A = \{1, 2, 3, 4\}$ definujte reláciu, ktorá je
   a) reflexívna, symetrická a nie je tranzitívna,
   b) reflexívna a nie je symetrická ani tranzitívna,
   c) reflexívna, antisymetrická a nie je tranzitívna,
   d) symetrická, tranzitívna a nie je reflexívna ani antisymetrická,
   e) tranzitívna a nie je reflexívna ani symetrická,

2. Zistite, či relácia ϱ na množine $\boldsymbol{R}$ je reflexívna, symetrická, antisymetrická, tranzitívna, ak
   a) $\varrho = \{(x, y); y = x^2\}$, [a]
   b) $\varrho = \{(x, y); x < y\}$, [a,t]
   c) $\varrho = \{(x, y); x^2 + y^2 = 4\}$, [s]
   d) $\varrho = \{(x, y); (x + 1)^2 + y^2 = 3\}$, [a]
   e) $\varrho = \{(x, y); |x| = |y|\}$, [r,s,t]

3. Zistite, či relácia ϱ na množine $\boldsymbol{N}$ je reflexívna, symetrická, antisymetrická, tranzitívna, ak
   a) $\sigma = \{(a, b) \in \boldsymbol{N}^2; a \mid b\}$, [r,a,t]
   b) $\sigma = \{(a, b) \in \boldsymbol{N}^2; a \leq b\}$, [r,a,t]
   c) $\sigma = \{(a, b) \in \boldsymbol{N}^2; a < b\}$, [a,t]
   d) $\sigma = \{(a, b) \in \boldsymbol{N}^2; a^2 + a = b^2 + b\}$, [r,s,t]
   e) $\sigma : a\sigma b \Leftrightarrow a + b$ je párne. [r,s,t]

4. Zistite, či relácia na množine A je reláciou ekvivalencie. Ak áno, nájdite triedy ekvivalencie jednotlivých prvkov množiny A.
   a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
   $\varrho = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 5), (5, 1), (3, 5), (5, 3), (1, 3), (3, 1)\}$
   [áno, $\varrho(1) = \{1, 3, 5\}, \varrho(2) = \{2\}, \varrho(4) = \{4\}$]
   b) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $\varrho = \{(x, y) \in A^2;\ x \mid 2 - y\}$, [nie]
   c) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $\varrho = \{(x, y) \in A^2;\ 3 \mid x + y\}$, [nie]
   d) $A = \boldsymbol{N}^+$, $x\varrho y \Leftrightarrow x \mid y$ alebo $y \mid x$, [nie]
   e) $A = \boldsymbol{Z}$, $x\varrho y \Leftrightarrow x, y$ sú súdeliteľné čísla. [nie]
   f) $A = \boldsymbol{Z}$, $x\varrho y \Leftrightarrow 2 \mid x + y$
   [áno, $\varrho(0) = \{2k; k \in Z\}, \varrho(1) = \{2k - 1; k \in Z\}$]

5. Zistite, koľko rôznych relácií ekvivalencie je možné definovať na množine $A = \{1, 2, 3\}$?
   [5]
6. Na množine $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ je daný rozklad $T = \{\{1, 2\}, \{3, 5\}, \{4\}\}$. Napíšte reláciu ekvivalencie na množine A indukovanú rozkladom T.
   [$\varrho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 3), (5, 5), (4, 4)\}$]
7. Na množine $\boldsymbol{R}$ je daná relácia $\varrho : x\varrho y \Leftrightarrow x - y \in \boldsymbol{Z}$. Dokážte, že ϱ je relácia ekvivalencie na množine $\boldsymbol{R}$. Aké sú triedy ekvivalencie prvku 0 a −2, 1?
   [$\varrho(0) = \boldsymbol{Z}$, $\varrho(-2, 1) = \{k - 0, 1;\ k \in \boldsymbol{Z}\}$]

4. Orientované grafy

1. Daný je orientovaný graf $G = (V, H, e)$, kde $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $H = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8, h_9, h_{10}, h_{11}\}$, $e(h_1) = (1, 1), e(h_2) = (1, 2), e(h_3) = (3, 2), e(h_4) = (2, 3), e(h_5) = (1, 4), e(h_6) = (5, 1), e(h_7) = (2, 4), e(h_8) = (6, 2), e(h_9) = (6, 3), e(h_{10}) = (6, 3), e(h_{11}) = (4, 5)\}$.
   a) Nakreslite diagram grafu G.
   b) Určte indukovaný podgraf $G(\{2, 3, 4, 5\})$ grafu G. (Stačí nakresliť jeho diagram)
   [$G(\{2, 3, 4, 5\}) = (V', H', e')$, $V' = \{2, 3, 4, 5\}$, $H' = \{h_3, h_4, h_7, h_{11}\}$,
   $e'(h_3) = (3, 2), e'(h_4) = (2, 3), e'(h_7) = (2, 4), e'(h_{11}) = (4, 5)\}$]
   c) Napíšte orientovaný sled (v grafe G) z vrcholu 2 do vrcholu 2 dĺžky 0, 1, 2 a 3.
   [2; neexistuje; $2, h_4, 3, h_3, 2$; $2, h_8, 6, h_9, 3, h_3, 2$]
   d) V grafe G nájdite orientovanú cestu z vrcholu 6 do vrcholu 1.
   [$6, h_8, 2, h_7, 4, h_{11}5, h_6, 1$ alebo $6, h_9, 3, h_3, 2, h_7, 4, h_{11}5, h_6, 1$]
   e) V grafe G nájdite orientovaný ťah z vrcholu 1 do vrcholu 4, ktorý nie je cestou.
   [$1, h_2, 2, h_4, 3, h_3, 2, h_7, 4$]
   f) Je graf G silne súvislý? [nie, lebo neexistuje or. sled z 2 do 6]
   g) Nájdite všetky silne súvislé komponenty grafu G.
   [$G(\{1, 2, 3, 4, 5\})$, $G(\{6\})$]

Príklady z LS
2. časť

1. Booleovské funkcie a výrazy

1. Booleovskú funkciu určenú B-výrazom $U(x,y,z) = \overline{(\bar{x}z + y\bar{z})} + xyz$ zapíšte pomocou tabuľky.
2. Zistite, či sú B-výrazy U a V ekvivalentné.
   a) $U(x,y) = \overline{x\bar{y} + \overline{(\bar{x}+y)}}$, $V(x,y) = \bar{x}\bar{y} + xy$, [nie]
   b) $U(x,y,z) = \overline{(x+y)\overline{(\bar{x}z)}}$, $V(x,y,z) = \overline{\overline{(\bar{x}\bar{y})}\,\overline{(\bar{x}z)}}$, [áno]
   c) $U(x,y,u,v) = x\bar{v} + xy + \bar{x}\bar{u}v$, $V(x,y,u,v) = (x+v)(x+\bar{u})(\bar{x}+y)$, [nie]
   d) $U(x,y,z,u) = x\bar{u} + xy + \bar{x}\bar{z}u$, $V(x,y,z,u) = (x+u)(x+\bar{z})(\bar{x}+y+\bar{u})$. [áno]

3. Pomocou tabuľky ekvivalencií B-výrazov ukážte, že B-výrazy U a V sú ekvivaletné.
   a) $U(x,y,z) = x + \bar{y} + y(x+\bar{z})$, $V(x,y,z) = \bar{z} + \overline{\bar{x}y}$,
   b) $U(x,y,z) = \overline{(x+y)\overline{(\bar{x}z)}}$, $V(x,y,z) = \overline{\overline{(\bar{x}\bar{y})}\,\overline{(\bar{x}z)}}$,
   c) $U(x,y,z,u) = x\bar{u} + xy + \bar{x}\bar{z}u$, $V(x,y,z,u) = (x+u)(x+\bar{z})(\bar{x}+y+\bar{u})$.

4. Nájdite všetky jednotkové a nulové body funkcie g bez použitia tabuľky funkcie.
   a) $g(x,y,z) = \bar{x}z + xy + x\bar{y}\bar{z}$,
   $[J(g) = \{(0,0,1),(0,1,1),(1,1,0),(1,1,1),(1,0,0)\}]$
   b) $g(x,y,z) = (x+\bar{y})(x+z)\bar{z}$,
   $[N(g) = \{(0,1,0),(0,1,1),(0,0,0),(0,0,1),(1,0,1),(1,1,1)\}]$
   c) $g(x,y,z) = (x+\bar{y}+\bar{z})\overline{(x+\bar{y})z}$.
   $[J(g) = \{(1,0,1),(1,1,1),(0,0,1),(0,1,0)\}]$

2. UNDF a UNKF B-výrazov a booleovských funkcií

1. Aké je označenie elementárneho súčinového či súčtového člena?
   a) $x\bar{y}z$, $x+\bar{y}+z$, $[S_5(x,y,z),\ T_2(x,y,z)]$
   b) $xy\bar{z}u$, $x+y+\bar{z}+u$, $[S_{13}(x,y,z,u),\ T_2(x,y,z,u)]$
   c) $x\bar{y}z\bar{u}$, $x+\bar{y}+z+\bar{u}$. $[S_{10}(x,y,z,u),\ T_5(x,y,z,u)]$

2. Ktorý elementárny súčtový či súčinový člen má označenie
   a) $S_0(x,y,z)$, $T_0(x,y,z)$, $[\bar{x}\bar{y}\bar{z},\ x+y+z]$
   b) $S_{12}(x,y,z,u)$, $T_{12}(x,y,z,u)$ $[xy\bar{z}\bar{u},\ \bar{x}+\bar{y}+z+u]$

3. Nájdite UNDF a UNKF B-výrazu, či funkcie
   a) $U(x,y,z) = \overline{(x+\bar{y})}\,z + (x+z)y$,
   $[xyz + xy\bar{z} + \bar{x}yz,\ (x+y+z)(x+y+\bar{z})(x+\bar{y}+z)(\bar{x}+y+z)(\bar{x}+y+\bar{z})]$

b) $V(x,y,z,u) = (x+y+u)(x+z+u)(\bar{x}+z+\bar{u})$,

$[\bar{x}\bar{y}\bar{z}u + \bar{x}\bar{y}zu + \bar{x}y\bar{z}u + \bar{x}yz\bar{u} + \bar{x}yzu + x\bar{y}\bar{z}\bar{u} + x\bar{y}z\bar{u} + x\bar{y}zu + xy\bar{z}\bar{u} + xyz\bar{u} + xyzu,$

$(x+y+z+u)(x+y+\bar{z}+u)(x+\bar{y}+z+u)(\bar{x}+y+z+\bar{u})(\bar{x}+\bar{y}+z+\bar{u})]$

c) $g(x,y,z) = (\overline{(xy+\bar{z})}\,y + x(\bar{y}+z))(\overline{xy}+z)$

$[\bar{x}yz + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + xyz,\ (x+y+z)(x+y+\bar{z})(x+\bar{y}+z)(\bar{x}+\bar{y}+z)]$

d) $h(x,y,z,u) = x\bar{y} + \bar{x}\bar{y}u + xyz + \bar{z}u + z\bar{u}$

3. Normálna disjunktívna a konjunktívna forma B-výrazov a booleovských funkcií

1. Nájdite jednu NDF (rôznu od UNDF) a jednu NKF (rôznu od UNKF) funkcie

   a) $g(x,y,z) = \overline{(x\bar{z}+yz)}(xy+\bar{y})$, $[\text{napr. NDF}(g) = \bar{x}\bar{y} + \bar{y}\bar{z},\quad \text{NKF}(g) = \bar{y}(\bar{x}+\bar{z})]$

   b) $g(x,y,z) = \overline{(\bar{x}+\bar{y}z)} + (\bar{x}+y)\bar{z}$.

   $[\text{napr. NDF}(g) = xy + x\bar{z} + \bar{x}\bar{z} + y\bar{z},\ \text{NKF}(g) = (x+\bar{z})(y+\bar{z})]$

2. $U(x,y,z) = (\bar{x}+y)(x+y+z)(\bar{y}+z)$. Nájdite jednu NDF (rôznu od UNDF) B-výrazu $\overline{U}$.

   $[\text{napr. NDF}(\overline{U}) = x\bar{y} + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + y\bar{z}]$

3. $V(x,y,z) = \bar{x}z + xy\bar{z} + \bar{y}$. Nájdite jednu NKF (rôznu od UNKF) B-výrazu $\overline{V}$.

   $[\text{napr. NKF}(\overline{V}) = (x+\bar{z})(\bar{x}+\bar{y}+z)y]$

4. Normálna disjunktívna a konjunktívna forma výrokových formúl

1. Napíšte výrokovú formulu, ktorej pravdivostné ohodnotenie je reprezentované B-výrazom

   a) $\overline{\left(x+\overline{(y+\bar{z})}\right)}(xz+y\bar{z})$, $\left[\overline{\left(p \vee \overline{(q \vee \bar{r})}\right)} \wedge ((p \wedge r) \vee (q \wedge \bar{r}))\right]$

   b) $1 \cdot x\bar{y}z + 0 \cdot \bar{x}z + 1 \cdot \bar{x}y\bar{z}$, $[(p \wedge \bar{q} \wedge r) \vee (\bar{p} \wedge q \wedge \bar{r})]$

   c) $(0+x+y)(1+\bar{x}+\bar{y})(0+\bar{x}+\bar{y}+z)$. $[(p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee \bar{q} \vee r)]$

2. Pomocou B-výrazu napíšte pravdivostné ohodnotenie výrokovej formuly a.

   a) $a = p \Rightarrow q$, $\left[\text{ph}_a(x,y) = \bar{x}+y\right]$

   b) $a = (p \Rightarrow q) \Rightarrow r$, $[x\bar{y}+z]$

   c) $a = p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$, $[\bar{x}+\bar{y}+z]$

   d) $a = (p \wedge q) \Rightarrow r$, $[\bar{x}+\bar{y}+z]$

   e) $a = \overline{((p \vee \bar{q}) \Rightarrow r)} \vee (\bar{p} \wedge \bar{r})$. $[(x+\bar{y})z + x\bar{z}]$

3. Nájdite UNDF a UNKF výrokovej formuly a.

   a) $a = p \Rightarrow q$, $[\text{UNDF}(a) = (\bar{p} \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \wedge q) \vee (p \wedge q),\ \text{UNKF}(a) = \bar{p} \vee q]$

   b) $a = (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$,

   $[\text{UNDF}(a) = (p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q}),\ \text{UNKF}(a) = (p \vee \bar{q}) \wedge (\bar{p} \vee q)]$

   c) $a = \overline{((p \vee q) \wedge r) \Rightarrow (\bar{p} \vee \bar{r})}$. $[UNDF(a) = (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \bar{q} \wedge r), UNKF(a) =$

   $= (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \bar{r}) \wedge (p \vee \bar{q} \vee r) \wedge (p \vee \bar{q} \vee \bar{r}) \wedge (\bar{p} \vee q \vee r) \wedge (\bar{p} \vee \bar{q} \vee r)]$

4. Nájdite NDF a NKF (rôznu od UNDF resp. UNKF) výrokovej formuly b.

a) $b = \overline{(p \Rightarrow q)} \Rightarrow \overline{(\overline{p} \Rightarrow \overline{r})}$, [napr. $\mathrm{NDF}(b) = \mathrm{NKF}(b) = \overline{p} \vee q$]

b) $b = \overline{(p \Rightarrow q)} \Leftrightarrow \overline{(\overline{p} \Rightarrow \overline{r})}$, [napr. $\mathrm{NDF}(b) = (\overline{p} \wedge \overline{r}) \vee (\overline{p} \wedge \overline{q}) \vee (p \wedge q) \vee (q \wedge \overline{r})$, $\mathrm{NKF}(b) = (\overline{p} \vee q) \wedge (p \vee \overline{q} \vee \overline{r})$]

c) $b = ((p \vee q) \wedge r) \Rightarrow (\overline{p} \vee r)$. [napr. $\mathrm{NDF}(b) = \mathrm{NKF}(b) = p \vee \overline{p}$]

5. Úplný systém booleovských funkcií

1. Ukážte, že množina Q je USBF, ak
   a) $Q = \{+, \overline{}\}$,
   b) $Q = \{\cdot, \overline{}\}$.

2. Funkciu g vyjadrite pomocou P_2-výrazov.
   a) $g(x,y,z) = \overline{(\overline{x} + \overline{y}z)}(x + yz)$,
   [napr. $(((x \downarrow) \downarrow (y \downarrow (z \downarrow))) \downarrow) \downarrow (x \downarrow ((y \downarrow) \downarrow (z \downarrow)))$]
   b) $g(x,y,z) = (x + \overline{y})(\overline{x} + y + z)$,
   [napr. $(x \downarrow (y \downarrow)) \downarrow ((x \downarrow) \downarrow ((y \downarrow z) \downarrow))$]
   c) $g(x,y,z) = \overline{y}z + xy\overline{z}$.
   [napr. $((y \downarrow (z \downarrow)) \downarrow ((((x \downarrow) \downarrow (y \downarrow)) \downarrow) \downarrow z)) \downarrow$]

3. Funkciu g vyjadrite pomocou S_2-výrazov.
   a) $g(x,y,z) = \overline{(\overline{x} + \overline{y}z)}(x + yz)$,
   [napr. $((x \uparrow ((y \uparrow) \uparrow z)) \uparrow) \uparrow ((x \uparrow) \uparrow (y \uparrow z)) \uparrow$]
   b) $g(x,y,z) = (x + \overline{y})(\overline{x} + y + z)$,
   [napr. $(((x \uparrow) \uparrow y) \uparrow (x \uparrow ((y \uparrow) \uparrow (z \uparrow)))) \uparrow$]
   c) $g(x,y,z) = \overline{y}z + xy\overline{z}$.
   [napr. $((y \uparrow) \uparrow z) \uparrow (((x \uparrow y) \uparrow) \uparrow z \uparrow))$]

4. Funkciu g vyjadrite pomocou P-výrazov.
   a) $g(x,y,z,u) = y\overline{u} + \overline{x}zu + x\overline{y}\overline{z}u$,
   [$(((y \downarrow) \downarrow u) \downarrow (x \downarrow (z \downarrow) \downarrow (u \downarrow)) \downarrow ((x \downarrow) \downarrow y \downarrow z \downarrow (u \downarrow))) \downarrow$]
   b) $g(x,y,z,u) = (z + \overline{u})(y + \overline{z} + u)(\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \overline{u})$.
   [$((z \downarrow (u \downarrow)) \downarrow (y \downarrow (z \downarrow) \downarrow u) \downarrow ((x \downarrow) \downarrow (y \downarrow) \downarrow (z \downarrow) \downarrow (u \downarrow)))$]

5. Funkciu g vyjadrite pomocou S-výrazov.
   a) $g(x,y,z,u) = y\overline{u} + \overline{x}zu + x\overline{y}\overline{z}u$,
   [$((y \uparrow (u \uparrow)) \uparrow ((x \uparrow) \uparrow z \uparrow u) \uparrow (x(y \uparrow) \uparrow (z \uparrow) \uparrow u))$]
   b) $g(x,y,z,u) = (z + \overline{u})(y + \overline{z} + u)(\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \overline{u})$.
   [$(((z \uparrow) \uparrow u) \uparrow ((y \uparrow) \uparrow z \uparrow (u \uparrow)) \uparrow (x \uparrow y \uparrow z \uparrow u)) \uparrow$]

Príklady z LS
3. časť

1. Kombinačné logické siete

1. Nakreslite kombinačnú logickú sieť priradenú k B-výrazu
   a) $U(x,y,z) = \overline{(x+\overline{y})}z + (x+z)y$,
   b) $U(x,y,z) = ((xyz+\overline{z})y + x(\overline{y}+z))(\overline{xy}+z)$,
   c) $U(x,y,z) = \overline{x} + x\overline{y} + xy\overline{z}$,
   d) $U(x,y,z) = (x+\overline{y}+z)(\overline{x}+y)(y+\overline{z})$.

2. Nakreslite kombinačnú logickú sieť zostavenú len z 2-vstupových členov NOR (resp. NAND), ktorá realizuje funkciu
   a) $f(x,y,z) = \overline{(x+\overline{y})}\,z + (x+z)y$,
   b) $g(x,y,z) = \overline{x} + x\overline{y} + xy\overline{z}$,
   c) $h(x,y,z) = (x+\overline{y}+z)(\overline{x}+y)(y+\overline{z})$,

3. Nakreslite kombinačnú logickú sieť zostavenú len z 3-vstupových členov NOR (resp. NAND), ktorá realizuje funkciu
   a) $f(x,y,z,u) = \overline{x}z + xy\overline{z}u$
   b) $g(x,y,z,u) = (y+z)(x+\overline{y}+z+u)$

4. Nakreslite kombinačnú logickú sieť zostavenú len z členov NOR (resp. NAND) bez obmedzenia počtu vstupov, ktorá realizuje funkciu
   a) $f(x,y,z,u) = x\overline{y} + \overline{x}y\overline{z} + yz\overline{u} + \overline{x}\overline{y}zu$,
   b) $g(x,y,z,u) = (y+\overline{u})(x+\overline{y}+z)(\overline{x}+y+\overline{z}+\overline{u})$.

2. Boolevské funkcie $f : \boldsymbol{B}^n \to \boldsymbol{B}^m$

1. Napíšte booleovskú funkciu, ktorá by realizovala
   a) sčitovanie dvoch nezáporných celých čísel v dvojkovej sústave, z ktorých prvé je jednociferné a druhé dvojciferné. [súčtom čísel $x,\ y_1y_2$ je najviac trojciferné číslo $z_1z_2z_3$, kde $z_1 = xy_1y_2,\ z_2 = \overline{x}y_1 + x\overline{y}_1y_2 + xy_1\overline{y}_2,\ z_3 = \overline{x}y_2 + x\overline{y}_2$]
   b) násobenie dvoch najviac dvojmiestnych nezáporných celých čísel v dvojkovej sústave, [súčinom čísel $x_1x_2,\ y_1y_2$ je najviac štvorciferné číslo $z_1z_2z_3z_4$, kde $z_1 = x_1x_2y_1y_2$, $z_2 = x_1\overline{x}_2y_1 + x_1y_1\overline{y}_2,\ z_3 = \overline{x}_1x_2y_1 + x_1\overline{x}_2y_2 + x_1\overline{y}_1y_2 + x_2y_1\overline{y}_2,\ z_4 = x_2y_2$]

   a zostavte k nej kombinačnú logickú sieť.

2. Nakreslite kombinačnú logickú sieť dvojkového dekódera s dvomi adresovými vstupmi. [adresové vstupy: A, B, výstupy: $s_0, \ldots, s_3$, pričom $s_i = S_i(A,B)$, kde $S_i(A,B)$ je i-tý elementárny súčinový člen]

3. Kombinačný logický obvod má dva vstupy a štyri výstupy. Keď vstup (x_1,x_2) reprezentuje v binárnej sústave číslo $k = x_1 2^1 + x_2 2^0$, nech výstup (z_1,z_2,z_3,z_4) reprezentuje číslo

$3k = z_1 2^3 + z_2 2^2 + z_3 2^1 + z_4 2^0$. V tabuľkovej forme zapíšte logickú funkciu $f : \boldsymbol{B}^2 \to \boldsymbol{B}^4$, ktorá prislúcha k tomuto obvodu. Navrhnite jej fyzikálnu realizáciu pomocou členov NAND. $[f(x_1, x_2) = (x_1 x_2, x_1 \overline{x}_2, x_1 \oplus x_2, x_2)]$

4. Nech $A = a_1 a_0$, $B = b_1 b_0$ sú čísla v dvojkovej sústave ($a_i, b_i \in \{0, 1\}$). Navrhnite kombinačnú logickú sieť, pomocou ktorej vieme rozhodnúť, či $A = B$, $A < B$ alebo $A > B$.

5. Zostrojte kombinačnú logickú sieť, ktorá má na vstupe dve n-tice núl a jednotiek $X = (x_1, \ldots, x_n), Y = (y_1, \ldots, y_n)$ a na výstupe 0, ak $X \neq Y$, a 1, ak $X = Y$.

6. Nakreslite kombinačnú logickú sieť multiplexora s dvomi adresovými vstupmi.

7. Pomocou multiplexora s dvomi adresovými vstupmi generujte funkciu
   a) $g(x, y) = (((x \downarrow) \downarrow y) \downarrow (x \downarrow (y \downarrow))) \downarrow$,
   b) $g(x, y, z) = \overline{(x + y\overline{z})(\overline{x}z + \overline{y}\overline{z})}$.

8. Pomocou multiplexora s tromi adresovými vstupmi generujte funkciu
   a) $g(x, y, z) = (x + y\overline{z})(\overline{x}z + \overline{y}\overline{z})$,
   b) $g(x, y, z, u) = 1 \Leftrightarrow$ v štvorici (x, y, z, u) sú aspoň tri jednotky.

3. Karnaughova mapa

1. Nakreslite Karnaughovu mapu booleovskej funkcie
   a) $g(x, y) = x\overline{y} + y$,
   b) $g(x, y) = (x + y)(\overline{x} + y)$,
   c) $g(x, y, z) = \overline{x}y + x\overline{y} + z$,
   d) $g(x, y, z, u) = ((((x \uparrow (y \uparrow) \uparrow u) \uparrow ((x \uparrow) \uparrow z)) \uparrow) \uparrow (y \uparrow z \uparrow (u \uparrow)) \uparrow (x \uparrow y))$,
   e) $g(x, y, z, u, v) = 1 \Leftrightarrow$ v pätici (x, y, z, u, v) je párny počet jednotiek.

2. Funkcia f je určená normálnou disjunktívnou formou. Nakreslite Karnaughovu mapu priradenú k tejto NDF, ak
   a) $f(x, y) = \overline{x}y + x$,
   b) $f(x, y, z) = \overline{x}yz + xy + \overline{y}z$,
   c) $f(x, y, z, u) = \overline{x}\overline{y}\overline{z}u + xyz + \overline{y}z$,
   d) $f(x, y, z, u) = \overline{x}z + \overline{z} + xyu$,
   e) $f(x, y, z, u) = y\overline{z} + \overline{y}u + \overline{x}\overline{z}\overline{u}$,
   f) $f(x, y, z, u, v) = xz\overline{u} + \overline{x}\overline{z} + xyu + \overline{x}yz\overline{v}$,
   g) $f(x, y, z, u, v) = \overline{y}z + xy\overline{v} + x\overline{y}\overline{z}u$.

3. Pomocou Karnaughovej mapy nájdite NDF (rôznu od UNDF) funkcie g, ak
   a) $J(g) = \{(0, 1, 0), (1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 1, 1)\}$, [napr. NDF$(g) = y$]
   b) $N(g) = \{(1, 0, 1, 0), (1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 1, 1, 1)\}$,
   [napr. NDF$(g) = \overline{y}\overline{z} + x\overline{y}u + yz\overline{u} + \overline{z}u + \overline{x}y$]
   c) $g(x, y, z, u, v) = 1 \Leftrightarrow$ v pätici (x, y, z, u, v) je viac jednotiek ako núl.
   [napr. NDF$(g) = zuv + xzu + xzv + xuv + xyz + xyu + xyv + yzu + yuv + yzv$]

4. Pomocou Karnaughovej mapy nájdite NKF (rôznu od UNKF) funkcie g, ak

a) $g(x,y,z)=\overline{x}yz+xy+\overline{y}z$, [napr. NKF$(g)=(x+z)(y+z)$]
b) $g(x,y,z,u)=\overline{x}\overline{y}\overline{z}u+xyz+\overline{y}z$, [napr. NKF$(g)=(z+u)(x+\overline{y})(\overline{x}+z)$]
c) $g(x,y,z,u)=\overline{x}z+\overline{z}+xyu$, [napr. NKF$(g)=(\overline{x}+y+\overline{z})(\overline{x}+\overline{z}+u)$]
d) $g(x,y,z,u)=y\overline{z}+\overline{y}u+\overline{x}\overline{z}\overline{u}$, [napr. NKF$(g)=(\overline{y}+\overline{z})(\overline{z}+u)(\overline{x}+y+u)$]
e) $g(x,y,z,u,v)=xz\overline{u}+\overline{x}\overline{z}+xyu+\overline{x}yz\overline{v}$,
[napr. NKF$(g)=(x+y+\overline{z})(\overline{x}+z+u)(\overline{x}+y+\overline{u})(x+\overline{z}+\overline{v})$]
f) $g(x,y,z,u,v)=\overline{y}z+xy\overline{v}+x\overline{y}\overline{z}u$.
[napr. NKF$(g)=(x+z)(x+\overline{y})(\overline{y}+\overline{v})(y+z+u)$]

4.

1. V automobile máme štyri nezávislé ovládacie prvky p,t,d,h. Tieto nám umožňujú zapnúť parkovacie svetá P, tlmené svetlá T, diaľkové svetlá D, hmlové svtlá H. Platia tieto zásady: Pri zapojení hociktorého zo svetiel T, D, H musia byť zapojené aj P. Pri zapojení H musia byť zapojené aj T. Svetlá T a D nemôžu byť zapojené súčasne.

   Nájdite MNDF pre funkcie P,T,D,H premenných p,t,d,h. Navrhnite fyzikálnu realizáciu týchto funkcií pomocou členov NOR.

Príklady z LS
4. časť

1. Minimalizácia B-výrazov

1. Nájdite SNDF a jadro funkcie g, ak
   a) $g(x,y,z)=\bar{x}\bar{z}+y\bar{z}+\bar{x}yz+xz$, $[\mathrm{SNDF}(g)=\bar{x}\bar{z}+y+xz=\mathrm{Jadro}(g)]$
   b) $g(x,y,z)=(x+y+\bar{z})(\bar{x}+\bar{y}+z)$, $[\mathrm{SNDF}(g)=\bar{x}\bar{z}+\bar{y}\bar{z}+\bar{x}y+yz+xz+x\bar{y}$, $\mathrm{Jaro}(g)=0]$
   c) $g(x,y,z,u)=xz+\bar{x}\bar{y}u+y\bar{z}u+\bar{x}y\bar{u}+\bar{y}\bar{z}\bar{u}$, $[\mathrm{SNDF}(g)=\bar{x}\bar{z}+\bar{x}\bar{y}u+\bar{y}zu+\bar{y}\bar{z}\bar{u}+$ $+x\bar{y}\bar{u}+xz+xyu+y\bar{z}u+\bar{x}y\bar{u}+yz\bar{u}$, $\mathrm{Jadro}(g)=0]$
   d) $g(x,y,z,u)=(x+z+u)(y+\bar{z}+\bar{u})$, $[\mathrm{SNDF}(g)=z\bar{u}+\bar{z}u+x\bar{z}+x\bar{u}+xy+yz+yu$, $\mathrm{Jadro}(g)=z\bar{u}+\bar{z}u+yu]$
   e) $g(x,y,z,u)=\bar{x}\bar{z}+\bar{y}z+xzu+y\bar{z}u+\bar{x}y\bar{u}$, $[\mathrm{Jadro}(g)=\bar{y}z+\bar{x}\bar{u}$, $\mathrm{SNDF}(g)=\bar{x}\bar{z}+\bar{x}\bar{y}+\bar{x}\bar{u}+\bar{y}z+xzu+xyu+y\bar{z}u]$
   f) $g(x,y,z,u,v)=(x+z+\bar{u}+v)(y+\bar{z}+\bar{u}+\bar{v})(\bar{x}+y+u)(\bar{x}+\bar{y}+z+v)(x+\bar{y}+\bar{u}+v)$.
   $[\mathrm{Jadro}(g)=\bar{x}\bar{u}+yv$, $\mathrm{SNDF}(g)=\bar{x}\bar{u}+\bar{x}\bar{y}z\bar{v}+\bar{y}zu\bar{v}+\bar{x}\bar{z}v+\bar{z}uv+x\bar{y}u\bar{v}+xzu\bar{v}+$ $+x\bar{y}\bar{z}u+xyz+yz\bar{u}+yv]$

2. Nájdite všetky INDF a MNDF funkcie g, ak
   a) $g(x,y,z)=\bar{x}\bar{z}+y\bar{z}+\bar{x}yz+xz$, $[\mathrm{INDF}(g)=\bar{x}\bar{z}+y+xz=\mathrm{MNDF}(g)]$
   b) $g(x,y,z)=(x+y+\bar{z})(\bar{x}+\bar{y}+z)$, $\left[\mathrm{INDF}_{1,2}(g)=\bar{x}\bar{z}+x\bar{y}+\left\langle\begin{array}{c}\bar{x}y+xz\\ yz\end{array}\right.\right.$,
   $\mathrm{INDF}_{3,4}(g)=\bar{y}\bar{z}+\bar{x}y+\left\langle\begin{array}{c}yz+x\bar{y}\\ xz\end{array}\right.$, $\mathrm{INDF}_5(g)=\bar{x}\bar{z}+\bar{y}\bar{z}+yz+xz$,
   $\mathrm{MNDF}_1(g)=\bar{x}\bar{z}+x\bar{y}+yz$, $\mathrm{MNDF}_2(g)=\bar{y}\bar{z}+\bar{x}y+xz]$
   c) $g(x,y,z,u)=\bar{x}y+x\bar{y}+\bar{x}z\bar{u}+y\bar{z}u+xz\bar{u}$,
   $$\left[\mathrm{Jadro}(g)=x\bar{y}+\bar{x}y+z\bar{u},\ \mathrm{MNDF}_{1,2}(g)=\mathrm{INDF}_{1,2}(g)=\mathrm{Jadro}(g)+\left\langle\begin{array}{c}x\bar{z}u\\ y\bar{z}u\end{array}\right.\right]$$
   d) $g(x,y,z,u)=x\bar{y}+z\bar{u}+\bar{x}y\bar{z}+\bar{x}zu+x\bar{z}u$, $[\mathrm{Jadro}(g)=x\bar{y}+\bar{x}y+z\bar{u}$,
   $\mathrm{INDF}_{1,2}(g)=\mathrm{Jadro}(g)+z\bar{y}+\left\langle\begin{array}{c}x\bar{z}u\\ y\bar{z}u\end{array}\right.$, $\mathrm{INDF}_{3,4}(g)=\mathrm{Jadro}(g)+\bar{x}z+\left\langle\begin{array}{c}x\bar{z}u\\ y\bar{z}u\end{array}\right.$,
   každá INDF je aj MNDF]
   e) $g(x,y,z,u)=x\bar{z}+\bar{y}u+\bar{x}z\bar{u}+\bar{x}yu+xy\bar{u}$, $[\mathrm{Jadro}(g)=x\bar{z}+\bar{x}z+\bar{y}u$,
   $\mathrm{INDF}_{1,2}(g)=\mathrm{Jadro}(g)+\bar{z}u+\left\langle\begin{array}{c}xy\bar{u}\\ yz\bar{u}\end{array}\right.$, $\mathrm{INDF}_{3,4}(g)=\mathrm{Jadro}(g)+\bar{x}u+\left\langle\begin{array}{c}xy\bar{u}\\ yz\bar{u}\end{array}\right.$,
   každá INDF je aj MNDF]
   f) $g(x,y,z,u)=\bar{x}z+x\bar{z}+\bar{x}\bar{y}u+yz\bar{u}+y\bar{z}u$, $[\mathrm{Jadro}(g)=\bar{x}z+x\bar{z}$,
   $\mathrm{INDF}_{1,2}(g)=\mathrm{Jadro}(g)+\bar{z}u+\left\langle\begin{array}{c}xy\bar{u}\\ yz\bar{u}\end{array}\right.$, $\mathrm{INDF}_{3,4}(g)=\mathrm{Jadro}(g)+\bar{x}u+\left\langle\begin{array}{c}xy\bar{u}\\ yz\bar{u}\end{array}\right.$,
   každá INDF je aj MNDF]

g) $g(x,y,z,u) = y\bar{u} + \bar{x}z + \bar{y}\bar{z}u + x\bar{y}z + xy\bar{z}$, [Jadro$(g) = y\bar{u} + \bar{y}u + \bar{x}z$,

$$\text{INDF}_{1,2}(g) = \text{Jadro}(g) + z\bar{u} + \left\langle \begin{array}{l} x\bar{z}u \\ xy\bar{z} \end{array} \right. ,\ \text{INDF}_{1,2}(g) = \text{Jadro}(g) + \bar{y}z + \left\langle \begin{array}{l} x\bar{z}u \\ xy\bar{z} \end{array} \right. ,$$

každá INDF je aj MNDF]

h) $g(x,y,z,u,v) = \bar{z}\bar{u}\bar{v} + y\bar{z}u + \bar{x}\bar{z}u + \bar{x}zu + yz\bar{u}v + x\bar{z}\bar{u}v.$ [Jadro$(g) = x\bar{z}\bar{u} + \bar{x}u$,

$$\text{INDF}_{1,2,3,4}(g) = \text{Jadro}(g) + \bar{z}\bar{u}\bar{v} + \left\langle \begin{array}{l} y\bar{z}u + \left\langle \begin{array}{l} yz\bar{u}v \\ xy\bar{u}v + \bar{x}yzv \end{array} \right. \\ xy\bar{z} + \left\langle \begin{array}{l} yz\bar{u}v \\ \bar{x}yzv \end{array} \right. \end{array} \right. ,$$

$$\text{INDF}_{5,6,7,8}(g) = \text{Jadro}(g) + \bar{x}\bar{z}\bar{v} + \left\langle \begin{array}{l} y\bar{z}u + \left\langle \begin{array}{l} yz\bar{u}v \\ xy\bar{u}v + \bar{x}yzv \end{array} \right. \\ xy\bar{z} + \left\langle \begin{array}{l} yz\bar{u}v \\ \bar{x}yzv \end{array} \right. \end{array} \right. ,$$

3. Nájdite všetky MNDF a MNKF funkcie g, ak

a) $g(x,y,z) = x\bar{y} + xy\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z$, [MNDF$(g) = x\bar{z} + \bar{y}z$, MNKF$(g) = (x+z)(\bar{y}+\bar{z})$]

b) $g(x,y,z,u) = (x+\bar{y}+\bar{z}+u)(\bar{x}+y+\bar{u})(x+\bar{y}+\bar{z}+\bar{u})(\bar{x}+\bar{y}+\bar{u})$,

[MNDF$(g) = \bar{x}\bar{y} + x\bar{u} + \bar{x}\bar{z}$, MNKF$(g) = (\bar{x}+\bar{u})(x+\bar{y}+\bar{z})$]

c) $g(x,y,z,u) = \bar{y}zu + x\bar{y}u + \bar{x}\bar{z} + yzu + x\bar{y}z$,

[MNDF$(g) = \bar{y}u + \bar{x}\bar{z} + zu + x\bar{y}z$,

$$MNKF_{1,2}(g) = (x+\bar{z}+u)(\bar{x}+z+u)(\bar{x}+\bar{y}+z)\left\langle \begin{array}{l} (\bar{x}+\bar{y}+u) \\ (\bar{y}+\bar{z}+u) \end{array} \right. \Bigg]$$

d) $g(x,y,z,u) = x\bar{y}zu + x\bar{z}\bar{u} + \bar{y}z\bar{u} + yzu + \bar{y}\bar{z}u$, [MNDF$(g) = x\bar{y} + x\bar{z}\bar{u} + \bar{y}z\bar{u} + yzu + \bar{y}\bar{z}u$,

MNKF$(g) = (x+z+u)(x+y+\bar{z}+\bar{u})(\bar{y}+\bar{z}+u)(\bar{y}+z+\bar{u})$]

e) $g(x,y,z,u) = (x+z+u)(x+y+\bar{z}+\bar{u})(x+z+\bar{u})(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}+u)$,

[MNDF$(g) = x\bar{z} + x\bar{y} + \bar{x}yz + xu$, MNKF$(g) = (x+z)(x+y+\bar{u})(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}+u)$]

f) $g(x,y,z,u,v) = \bar{x}\bar{y}z + \bar{y}z\bar{u} + x\bar{y}u + xy\bar{z} + xyv + \bar{x}y\bar{z}\bar{u}$,

$$\Bigg[\text{MNDF}_{1,2}(g) = \bar{y}z + y\bar{z}\bar{u} + x\bar{z}u + \left\langle \begin{array}{l} xyv \\ xzv \end{array} \right. ,$$

$MNKF(g) = (y+z+u)(\bar{y}+\bar{z}+v)(x+\bar{y}+\bar{z})(x+z+\bar{u})$]

g) $g(x,y,z,u,v) = (\bar{y}+z+\bar{u}+v)(z+\bar{u}+\bar{v})(x+\bar{y}+\bar{z}+\bar{u}+v)(y+\bar{z}+\bar{u}+\bar{v})$.

$$\Bigg[\text{MNDF}_{1,2}(g) = \bar{u} + \bar{y}\bar{v} + yzv + \left\langle \begin{array}{l} xz\bar{v} \\ xyz \end{array} \right. ,$$

$MNKF(g) = (\bar{y}+z+\bar{u})(y+\bar{u}+\bar{v})(x+\bar{y}+\bar{u}+v)$]

4. Nájdite MNDF a MNKF booleovskej funkcie $g(x,y,z,u,v) = \bar{x}z + yuv + \bar{y}zuv + \bar{x}y\bar{z}u\bar{v}$ a k tej z nich, ktorá má menej písmen nakreslite prislúchajúcu kombinačnú sieť.

$$\left[\begin{array}{l} \mathrm{MNDF}(g) = \bar{x}z + zuv + yuv + \bar{x}yu \\ \mathrm{MNKF}(g) = (z+u)(\bar{x}+u)(\bar{x}+v)(y+z) \end{array}\right]$$

2. Konečné automaty

1. Navrhnite tabuľkou Mealyho automat $A = (S, X, Z, \delta, \lambda)$, v ktorom $|X| = 3$, $|Z| = 3$, $|S| = 3$ a nakreslite jeho graf.

2. Navrhnite tabuľkou Moorov automat $A = (S, X, Z, \delta, \mu)$, v ktorom $|X| = 3$, $|Z| = 2$, $|S| = 4$ a nakreslite jeho graf.

3. Zariadenie používa vstupnú abecedu $X = \{a, b\}$ a výstupnú abecedu $Z = \{0, 1\}$. Výstup je 1 práve vtedy, keď na vstupe boli za sebou písmená *bab*. Popíšte zariadenie ako automat.

4. Popíšte automat so vstupnou abecedou $X = \{1, 2, 3\}$ a výstupnou $Z = \{0, 1\}$, ak výstup $z(t) = 1$ práve vtedy, keď pre vstupy platí $x(t-2) + x(t-1) > 2x(t)$ (+ je obvyklé sčitovanie v množine reálnych čísel).

5. Popíšte automat $A = (S, X, Z, \delta, \lambda)$, ak $X = \{a, b\}$, $Z = \{0, 1\}$. Výstup je 1, vždy keď na vstupe je v poradí štvrté b (nemusia ísť za sebou), ináč je výstup 0.

6. Popíšte ako automat zariadenie, ktorého vstupná abeceda je $X = \{a, b\}$, výstupná $Z = \{0, 1\}$ a na výstupe sa objaví 1 práve vtedy, keď sa na vstupe nachádza štvrté a v bloku písmen a idúcich za sebou (čítač blokov dĺžky 4). V opačnom prípade je výstup 0.

7. Hádžem mincou. Vyhrám 1 Sk za každé druhé písmo a za hlavu, keď pred ňou bola hlava (ináč nevyhrávam). Popíšte automat, ktorý bude hlásiť moju výhru.

8. Chceme čítať slovenský text (26 základných písmen plus medzera medzi slovami). Navrhnite zariadenie, ktoré bude indikovať prítomnosť slova začínajúceho na t a končiaceho na r. Popíšte to zariadenie ako automat.

9. Daný je Mealyho automat tabuľkou. Zistite, či k nemu existuje silno ekvivalentný Moorov automat. Ak existuje, popíšte ho tabuľkou.

a)

	a	b	a	b
s_0	s_0	s_1	0	1
s_1	s_0	s_2	0	0
s_2	s_2	s_1	1	1

b)

	a	b	a	b
s_0	s_0	s_1	1	1
s_1	s_0	s_2	1	0
s_2	s_2	s_1	0	1

10. Automat A je daný tabuľkou. Nakreslite graf automatu A a vypočítajte $\widehat{\delta}(s, w)$, $\widehat{\lambda}(s, w)$, ak
   a) $s = 3$, $w = aababbba$,

	a	b
1	3/1	1/0
2	4/0	3/1
3	4/0	3/0
4	2/1	2/0

   b) $s = 4$, $w = abbcbaac$

	a	b	c	μ
1	3	2	4	0
2	1	4	2	1
3	4	1	3	1
4	1	3	2	0

11. Zariadenie má tri vstupné znaky 0, 1, Q. Na „otázku“ Q vloženú na vstup odpovedá, či počet doteraz vyslaných jednotiek bol párny alebo nepárny. Popíšte toto zariadenie ako neúplne špecifikovaný automat.