

Otázky na ústnu skúšku

Na ústnej skúške si vylosujete jednu z nasledujúcich otázok (v odpovedi treba každý krok odôvodniť)

1. Vysvetlite ako sa rieši binomická rovnica $z^n = c$, $n \in \mathbb{N}$; $c \in \mathbb{C}$
2. Vysvetlite Gaussovu eliminačnú metódu (definujte základné pojmy a popíšte algoritmus)
3. Definujte bázu lineárneho priestoru a dokážte tvrdenie: Ak je $B = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2\}$ bázou lineárneho priestoru L tak je každá trojprvková podmnožina L lineárne závislá.
4. Definujte hodnotu matice A . Dokážte tvrdenie:
Ak $A \in \mathbb{C}^{3 \times 5}$, tak $\dim \text{span}\{A_{1*}, A_{2*}, A_{3*}, \dots\} = \dim \text{span}\{A_{*1}, A_{*2}, A_{*3}, A_{*4}, A_{*5}\}$.
5. Definujte lineárny operátor, jadro a obor hodnot lineárneho operátora. Vysvetlite a pomocou matice lineárneho operátora odôvodnite vzťah $\dim \ker T + \dim \text{ran } T = n$.
6. Vysvetlite pojem matice lineárneho operátora. Prečo platí $[T]_{BD}[\mathbf{x}]_B = [T\mathbf{x}]_D$
(návod: najprv to ukážte pre $\mathbf{x} \in B$).
7. Definujte determinant matice (t.j. vysvetlite pojmy permutácia, parita permutácie, determinant).
8. Odvodte vzorec na výpočet inverznej matice pomocou determinantov (stačí pre matice $A \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$).
9. Definujte skalárny súčin vektorov z $\mathbb{R}^3$ a odvodte vzorec na výpočet kolmého priemetu vektora $\mathbf{u}$ do smeru vektora $\mathbf{v}$.
10. Odvodte vzorec na výpočet vzdialenosti bodu $A = (x_0, y_0, z_0)$ od roviny $\rho: ax + by + cz + d = 0$.