Týždeň 10

1. Nájdite bázu $\mathcal{B}$ zloženú z reťazcov zovšeobecnených vlastných vektorov matice $A = [T]_{\mathcal{E}\mathcal{E}}$ ($\mathcal{E}$ je štandardná báza). Napíšte maticu $J = [T]_{\mathcal{B}\mathcal{B}}$ a maticu P, pre ktorú $A = PJP^{-1}$ a minimálny polynóm matice A. Pomôcka: ak je v zadaní aj vektor $\mathbf{b}$, najprv nájdite $m_{A,\mathbf{b}}(\lambda)$ a $\sigma(A)$

a. $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $[J = J_1(0) \oplus J_1(-4)]$

b. $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $[J_2(-2)]$

c. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = (1,1,0)^\top$ $[J_3(2)]$

d.* $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 \\ -2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = (1,0,0)^\top$ $[J_2(-1) \oplus J_1(-1)]$

e. $A = \begin{pmatrix} 6 & -7 & 4 \\ 1 & -2 & -1 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = (2,1,1)^\top$ $[J_2(-1) \oplus J_1(10)]$

f. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = (0,1,1)^\top$ $[J_3(-1)]$

g. $A = \begin{pmatrix} 6 & -5 & -3 \\ 3 & -2 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = (1,0,1))^\top$ $[J_2(1) \oplus J_1(2)]$

h. $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = (1,1,0)^\top$ $[J_2(0) \oplus J_1(1)]$

i.* $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $[J_3(1) \oplus J_1(1)]$

j.* $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$, $[J_2(0) \oplus J_2(0)]$

k. $A = \begin{pmatrix} 15 & 28 & -7 \\ -6 & -11 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$, $[J_1(1) \oplus J_1(1) \oplus J_1(2)]$

l.* $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $[J_3(1) \oplus J_1(1)]$

m. $A = \begin{pmatrix} 11 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 9 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 11 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & 9 \end{pmatrix}$, $[J_2(8) \oplus J_1(12) \oplus J_1(12)]$

n. $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, $[J_1(3) \oplus J_3(2)$