## V Ý S L E D K Y   C V I Č E N Í

### MNOŽINY

**(2)** (a) $\{1,2,3,4,5\}$; (b) $\{3\}$; (c), (d), (e), (g) prázdna množina; (f) $\{1,2,3\}$; (h) $[1,2]$; (i) $\{1,2\}$; (j) $\{1\}$
**(k)** $[\frac{1}{2}, \infty)$; **(l)** $N$ ; **(m)** $R$

**(3)** (a) $\{x\in Q: \sqrt{x} \notin Q\}$; (b) $\{x\in N : x/ 12345 \wedge x/543210\}$; (c) $\{X\in 2^N : 3\in X\}$; (d) $\{x\in C : |x|=1\}$;
(e) $\{(x,y,z) \in R^3: (x-1)^2+(y-1)^2+ (z-1)^2 \leq 1\}$ (f) ) $\{(x,y,z) \in R^3: (x-1)^2+(y-1)^2+ (z-1)^2 =1\}$

**(5)** (a) $A$ ; (b) $A$

**(6)** (a), (c) prázdna množ. ; (b) $[\frac{1}{2},1)\cup(2,3]$

**(7)** prázdna množina

**(8)** platí (b), (d),(e)

**(9)** (a) od $\max\{m,n\}$ po $m+n$ ; (b) od $0$ po $\min\{m,n\}$ ; (c) $m+n$ ; (d) od $0$ po $5$
(e) $|A| + |B| = |A\cup B| + |A\cap B|$

**(10)** prázdna množina, $\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}$ ; napr. $A= \{1\}$ , $B = \{2\}$

**(11)** $2^n$

**(12)** (a) $|f(A)| \leq |A|$ ; (b) je injektívne

**(14)** platí **: (b), (d),(e),(g),(i),(k),(l)**

**(15)** (a) $(-\infty, 1) \cup (2,\infty)$ ; (b) $(-\infty, 1] \cup [2,\infty)$ ; (c) prázdna množina ; (d) $R$

**(16)** (a) $\{(1,1),(1,3),(2,1),(2,3)\}$ ; (b) ) $\{(1,1),(1,2),(3,1),(3,2)\}$ ; (c) $\{(1,1)\}$

**(17)** nie je

**(18)** jedna má prvočíselne veľa prvkov, druhá je jednoprvková

**(19)** platí (b**)**, **(**d**)**

**(20)** (a) platí ; **(**b**) ne**platí

### RELÁCIE

**(1)** r,s

**(2)** s

**(3)** r,s,t

**(4)** r,s,t ; $Z$

**(5)** (a),(b),(c),(d) len s ; (e),(f) r,s,t

**(8)** s,a,t ; pre neprázdnu $A$ nie je reflexívna

**(9)** platí **(**b**)**, **(c)**

### EKVIVALENCIE A ROZKLADY

**(2)** kružnica so stredom $O$ prechádzajúca bodom $C$

**(3)** triedami sú priamky prechádzajúce počiatkom súradnicovej sústavy bez toho počiatku, ktorý je samostatnou triedou

**(4)** $\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6),(1,2),(2,1),(1,3),(3,1),(2,3),(3,2),(4,5),(5,4)\}$

**(5)** $5$ ekvivalencií prislúchajúcich rozkladom $\{1\}$ $\{2\}$ $\{3\}$; $\{1,2\}$ $\{3\}$; $\{1,3\}$ $\{2\}$; $\{2,3\}$ $\{1\}$; $\{1,2,3\}$

**(6)** 1,2,5,15,52,203,877,4140,21147 ....

**(8)** $\{x\in R^+: x^2\in Q\}$ ; napr. $\pi,2\pi,3\pi$

### MATEMATICKÁ INDUKCIA

**(1)** neplatí : (1c), (4), (6), (12)

### POSETY

**(1)** posety sú (b), (c), (e)

**(9)** antisymetriu porušujú narp.funkcie $f(x)=x$ , $g(x)=x+1$

**OPERÁCIE NA MNOŽINE** (časť 1.)
k – komutatívna, *e* – jednotkový prvok, a - asociatívna
(**2**) (a) k, $e=0$, a (b) k, $e=1$, a (c) k, $e=1$, a (d),(e) nie sú operácie
(**3**) $n^{n^2}$
(**4**) $n^{\frac{n(n+1)}{2}}$
(**5**) (a) k (b) k, a (c) k, a, $e=-1$ (d) k (e) k (f) k, a
(**6**) k
(**7**) k
(**8**) (a) $A$ (b) (c) $e$ je prázdna množina

**OPERÁCIE NA MNOŽINE** (časť 2.)
(**1**) áno
(**2**) nie, neplatí asociativita
(**3**) áno
(**4**) nie, nemá inverzné prvky
(**5**) nie, neexistuje inverzný prvok k $0$
(**6**) nie, neplatí asociativita
(**7**) nie
(**8**) nie, pre $a= b\sqrt{2}$ neexistuje inverzný prvok
(**9**) (a) Kleinova , (b) cyklická
(**10**) nie
(**11**) (a) nie, nemá inverzné prvky (b)(c) áno
(**12**) (a) áno
(b) áno, $H= \{x\in C : |x|=1\}$
(c) áno, $H= \{-1,1\}$
(d) nie je
(e) áno, $H= \{x\in Q^+ : \sqrt{x} \in Q\}$
(**13**) (a) pri zápise cez cykly bude $\phi(\pi)$ rovnaké ako $\pi$, t.j. $(n+1)$ sa zobrazí na seba
(b) $(12)(13) \neq (13)(12)$
(c) napr. $\{(\,)\}$
(**14**) (a) áno (b)(c) nie

**GRUPY**
(**2**) (a) $H=\{(\,), (1234), (13)(24), (1432)\}$ je abelovská, $S_4$ nie je
(b) $(1234)$, $(13)(24)$, $(1432)$, $(1234)$
(c) $H(\,)= H$, $H(1234)= H$, $H(23)= \{(23), (124), (1342), (143)\}$,
$H(24)= \{(24), (12)(34), (13), (14)(32)\}$
(d) $6$
(e) napr. $\{(\,), (14)\}$
(f) napr. $\{(\,), (124), (142)\}$
(g) napr. $\{(\,), (12), (14), (24), (124), (142)\}$
(h) neexistuje
(i) $\{(\,), (12), (34), (12)(34)\}$, nie je
(j) $\{(\,)\}$, ) (1b) (1c) (1e) sú zväzy ) (1b) (1c) (1e) sú zväzy ) (1b) (1c) (1e) sú zväzy ) (1b) (1c) (1e) sú zväzy ) (1b) (1c) (1e) sú zväzy $H$, $S = \{(\,), (13)(24)\}$. Triedy rozkladu sú: pre $\{(\,)\}$ prvky $H$, pre $H$ jedna trieda $H$,
pre $S$ : $=\{S, \{(1234), (1432)\}\}$
(**4**) pre $n=1$

**ZVÄZY**
(**1**) (1b) (1c) (1e) sú zväzy , (1a) (1d) (2a) (2b) nie sú

(**10**) (1b) (1c) (1e) sú distributívne a teda aj modulárne zväzy
(**12**) áno
(**13**) áno
(**15**) $x \wedge (y \vee z) = x \wedge ((y \wedge (x \vee z)) \vee z)$
(**17**) vznikne 8-prvkový zväz
(**28**) modulárny nedistributívny zväz
(**29**) podgrupy $\{0\}$, $\{0,3\}$, $\{0,2,4\}$, $Z_6$ vytvoria distributívny zväz

**ZVÄZY II**
(**1**) (a) nie je zväz (b) podzväz $N^+$ (c) zväz, nie podzväz $N^+$
(**2**) áno
(**3**) (b) napr. $\{1\} \cup \{1,2\}=\{1,2,3\} \notin L$
(c) nie je distributívny ani modulárny
(d) $L_4 = \{\varnothing, \{1\}, \{2\},\{1,2\}\}$, $L_5 = L_4 \cup \{\{1,2,3,4\}\}$, $L_6 = L_5 \cup \{\{2,3\}\}$, $L_7 = L_6 \cup \{\{3\}\}$
(e) $L_4, L_5, L_7$ z predchádzajúceho bodu
(f) (*i*) $A \cup \{\varnothing\} \cup \{\{2\}\} \cup \{\{1,2,3,4\}\}$
(*ii*) $A \cup \{\varnothing\} \cup \{\{4\}\} \cup \{\{1,2,3,4\}\}$

(**4**) nemodulárny
(**5**) *2* rovnobežné priamky a bod ležiaci na jednej z nich pokazia modularitu
(**10**) (a) $\{\varnothing,\{1\},\{2\},\{1,2\},\{2,4\},\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,2,3,4\}\}$
(b) $A \cup \{\varnothing\} \cup \{\{1,4\}\} \cup \{\{1,2,3,4\}\}$
(c) $A \cup \{\{1\}\} \cup \{\{1,2,4\}\} \cup \{\{1,2,3,4\}\}$
(**12**) $A \cup \{2\} \cup \{28\}$
(**13**) $A \cup \{1,5,6,30\}$
(**14**) $A \cup \{1,7,14,70,210\}$