Skupina A

(1) Dokážte alebo vyvráťte: pre všetky množiny X, Y, Z platí
  (a) $(X \setminus Y) \setminus (Z \setminus Y) = X \setminus (Y \cup Z)$
  (b) $(X \setminus Y) \setminus (Z \cap Y) = X \setminus (Y \cap Z)$
  Ak rovnosť platí, dokážte ju pomocou rovností na ťaháku. Ak neplatí, nájdite protipríklad.

(2) Dokážte matematickou indukciou: pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\sum_{i=0}^{n} (i+2)^2.2^i = 2^n(2n^2 + 4n + 6) - 2$$

Pripomínam, že $0 \in \mathbb{N}$.

(3) Nech $\rho \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ je daná takto:

$$a \, \rho \, b :\Leftrightarrow a + 1 \leq b$$

Zistite, či je ρ reflexívna, symetrická, antisymetrická,tranzitívna.

(4) Nech $\sim$ je ekvivalencia na množine $\mathbb{R}^2$ daná takto:

$$(a_1, a_2) \sim (b_1, b_2) :\Leftrightarrow a_1.a_2 = b_1.b_2$$

Nakreslite, ako vyzerá $\mathbb{R}^2/\sim$ a vyznačte triedy ekvivalencie $[(0,0)]_\sim$, $[(1,1)]_\sim$ $[(-1,2)]_\sim$.
  Nemusíte dokazovať, že $\sim$ je ekvivalencia.

(5) Nech P je množiny všetkých reálnych intervalov typu (a, b), $\langle a, b)$, $(a, b\rangle$, pričom $a, b \in \{1, 2, 3\}$ a $a < b$.
  (a) Napíšte množinu P.
  (b) Nakreslite diagram posetu $(P, \subseteq)$ a nájdite minimálne, maximálne, najmenšie a najväčšie prvky.
  Nemusíte dokazovať, že $(P, \subseteq)$ je poset.

Skupina B

(1) Dokážte alebo vyvráťte: pre všetky množiny U, V, W platí
  (a) $(U \setminus V) \setminus (W \cap V) = U \setminus (V \cap W)$
  (b) $(U \setminus V) \setminus (W \setminus V) = U \setminus (V \cup W)$
  Ak rovnosť platí, dokážte ju pomocou rovností na ťaháku. Ak neplatí, nájdite protipríklad.

(2) Dokážte matematickou indukciou: pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\sum_{i=0}^{n} (i+3)^2.2^i = 2^n(2n^2 + 8n + 12) - 3$$

Pripomínam, že $0 \in \mathbb{N}$.

(3) Nech $\rho \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ je daná takto:

$$a \, \rho \, b :\Leftrightarrow a \geq b + 1$$

Zistite, či je ρ reflexívna, symetrická, antisymetrická,tranzitívna.

(4) Nech $\sim$ je ekvivalencia na množine $\mathbb{R}^2$ daná takto:

$$(a_1, a_2) \sim (b_1, b_2) :\Leftrightarrow a_1.a_2 = b_1.b_2$$

Nakreslite, ako vyzerá $\mathbb{R}^2/\sim$ a vyznačte triedy ekvivalencie $[(0,0)]_\sim$, $[(1,2)]_\sim$ $[(-1,1)]_\sim$.
  Nemusíte dokazovať, že $\sim$ je ekvivalencia.

(5) Nech P je množina všetkých reálnych intervalov typu $\langle a, b)$, $(a, b\rangle$, $\langle a, b\rangle$ pričom $a, b \in \{4, 5, 6\}$ a $a < b$.
  (a) Napíšte množinu P.
  (b) Nakreslite diagram posetu $(P, \subseteq)$ a nájdite minimálne, maximálne, najmenšie a najväčšie prvky.
  Nemusíte dokazovať, že $(P, \subseteq)$ je poset.